Secrétariat d'Etat à l'économie (seco)
Direction de la politique économique
Ressort conjoncture

Berne, mai 2004

Nouvelle méthode de déflation (prix de l'année précédente et chaînage)

Développement de plusieurs formules
pour les séries trimestrielles selon la méthode « Annual overlap »

Document de travail

Sabina Noormamode, Reto Thoenen

Contenu :

1. Notions de base (notation)

2. Développement pour 1 seul bien

   2.1 Niveau réel aux prix de l'année précédente
   2.2 Niveau réel base fixe (= 0)
   2.3 Indice de volume de Laspeyres non chaîné selon la méthode « Annual overlap »
   2.4 Indice de volume de Laspeyres chaîné selon la méthode « Annual overlap »
   2.5 Niveau réel chaîné
   2.6 Taux de variation de l'indice chaîne
   2.7 Pour un seul bien, même niveau de la valeur réelle chaînée et de la valeur réelle avec des prix fixes

3. Développement pour un agrégat composé de plusieurs biens

   3.1 Niveau réel aux prix de l'année précédente
   3.2 Niveau réel base fixe (= 0)
   3.3 Indice de volume de Laspeyres non chaîné selon la méthode « Annual overlap »
   3.4 Indice de volume de Laspeyres chaîné selon la méthode « Annual overlap »
   3.5 Niveau réel chaîné

4. Relation entre les niveaux réels chaînés et non chaînés des séries trimestrielles

1. Notations de base

- trimestre q = 1, 2, 3, 4

- année j = 0, 1, 2, 3,…, n ; avec j = 0 année de référence
  sans indication de trimestre, il s'agit toujours de valeurs annuelles
  (exemple P_j signifie les prix de l'année j)

- biens i = 1, 2, 3, … , m

  sans indication, il s'agit toujours de la somme sur tous les i
  (exemple $N_{j,q} = \sum_{i=1}^{m} N_{j,q}^{i}$)

P : prix/déflateur	(p) agrégat aux prix de l'année précédente
Q : quantité/volume	(c) agrégat chaîné
N : valeur nominale	(0) agrégat aux prix fixes

Nous considérons comme acquises les égalités suivantes :

✓ $\sum_{q=1}^{4} Q_{j,q}^{i} = Q_j^i$ pour tous les i (1)

✓ $\sum_{q=1}^{4} N_{j,q}^{i} = N_j^i$ pour tous les i (2)

✓ $P_{j,q}^{i} = \frac{N_{j,q}^{i}}{Q_{j,q}^{i}}; P_j^i = \frac{N_j^i}{Q_j^i}$ pour tous les i (3)

2. Développement pour un seul bien

2.1 Niveau réel du trimestre *q* de l'année *j* aux prix de l'année précédente (il s'agit d'une simple « règle de trois »)

$$r(p)^i_{j,q} = \frac{N^i_{j,q}}{P^i_{j,q}} P^i_{j-1} \qquad (4)$$

pour l'année j:

$$r(p)^i_j = \frac{N^i_j}{P^i_j} P^i_{j-1} \qquad (4a)$$

2.2 Niveau réel base fixe (= 0) du trimestre *q* de l'année *j*

$$r(0)^i_{j,q} = \frac{N^i_{j,q}}{P^i_{j,q}} P^i_0 \qquad (5)$$

pour l'année j:

$$r(0)^i_j = \frac{N^i_j}{P^i_j} P^i_0 \qquad (5a)$$

Notons que $r(p)^i_{1,q} = r(0)^i_{1,q}$

2.3 Indice de volume de Laspeyres non chaîné selon la méthode « Annual overlap »

$$IndV(p)^i_{j,q} = \frac{\frac{N^i_{j,q}}{P^i_{j,q}} P^i_{j-1}}{\frac{N^i_{j-1}}{4}} \cdot 100 = 4 \cdot \frac{\frac{N^i_{j,q}}{P^i_{j,q}} P^i_{j-1}}{N^i_{j-1}} \cdot 100 = \frac{4 \cdot r(p)^i_{j,q}}{N^i_{j-1}} \cdot 100$$

pour j = 1, … , n (6)

2.4 Indice de volume de Laspeyres chaîné selon la méthode « Annual overlap » (*t* représente des années)

$$IndV(c)^i_{j,q} = IndV(p)^i_{j,q} \cdot \prod_{t=1}^{j-1} \frac{r(p)^i_t}{N^i_{t-1}}, \qquad pour\ \ j = 2,...,n \qquad (7)$$

$$IndV(c)^i_{j,q} = 4 \cdot \frac{r(p)^i_{j,q}}{N^i_{j-1}} \cdot \prod_{t=1}^{j-1} \frac{r(p)^i_t}{N^i_{t-1}} \cdot 100 \qquad pour\ \ j = 2,...,n \qquad (7a)$$

$$\frac{\sum_{q=1}^{4} IndV(c)^i_{j,q}}{4} = IndV(c)^i_j$$

$$IndV(c)^i_j = 100 \qquad pour\ \ j = 0 \qquad (7b)$$

$$IndV(c)^i_{j,q} = IndV(p)^i_{j,q}, \qquad pour\ \ j = 1$$

2.5 Niveau réel chaîné

$$r(c)^i_{j,q} = \frac{IndV(c)^i_{j,q}}{IndV(c)^i_{j-1,q}} \cdot r(c)^i_{j-1,q} \qquad pour \quad j = 2,...,n \qquad (8)$$

$$r(c)^i_{j,q} = \frac{r(p)^i_{j,q}}{N^i_{j-1}} \cdot \prod_{t=1}^{j-1} \frac{r(p)^i_t}{N^i_{t-1}} \cdot N^i_0 \qquad pour\ \ j = 2,...,n \qquad (8a)$$

$$r(c)^i_{j,q} = r(p)^i_{j,q} = r(0)^i_{j,q} \qquad pour\ \ j = 1$$

2.6 Taux de variation de l'indice chaîné

$$\Delta_4 IndV(c)^i_{j,q} = \frac{\dfrac{r(p)^i_{j,q}}{\dfrac{N^i_{j-1}}{4}} \cdot \prod_{t=1}^{j-1} \dfrac{r(p)^i_t}{N^i_{t-1}} \cdot 100}{\dfrac{r(p)^i_{j-1,q}}{\dfrac{N^i_{j-2}}{4}} \cdot \prod_{t=1}^{j-2} \dfrac{r(p)^i_t}{N^i_{t-1}} \cdot 100} = \frac{\dfrac{r(p)^i_{j,q}}{N^i_{j-1}} \cdot \dfrac{r(p)^i_{j-1}}{N^i_{j-2}}}{\dfrac{r(p)^i_{j-1,q}}{N^i_{j-2}}}$$

$$= \frac{r(p)^i_{j,q}}{N^i_{j-1}} \cdot \frac{r(p)^i_{j-1}}{r(p)^i_{j-1,q}} \qquad pour\ \ j = 2,...,n$$

$$= \frac{N^i_{j,q} \cdot P^i_{j-1}}{P^i_{j,q} \cdot N^i_{j-1}} \cdot \frac{N^i_{j-1} \cdot P^i_{j-2}}{P^i_{j-1}} \div \frac{N^i_{j-1,q} \cdot P^i_{j-2}}{P^i_{j-1,q}} = \frac{N^i_{j,q} \cdot P^i_{j-1,q}}{P^i_{j,q} \cdot N^i_{j-1,q}} = \frac{\dfrac{N^i_{j,q}}{P^i_{j,q}}}{\dfrac{N^i_{j-1,q}}{P^i_{j-1,q}}} = \frac{Q^i_{j,q}}{Q^i_{j-1,q}}$$

(9)

Etant donné que le taux de variation du niveau réel non chaîné est donné par l'indice non chaîné sous (6), soit $(4 \cdot Q^j_{j,q} / Q^i_{j-1})$, nous constatons à partir de (9) que le taux de variation de l'indice chaîné et de l'indice non chaîné ne sont pas identiques pour les données trimestrielles. *Cela est valable autant pour un bien isolé que pour un agrégat composé de plusieurs biens.*

2.7 Pour un seul bien, même niveau de la valeur réelle chaînée et de la valeur réelle avec des prix à base fixe (= 0)

En effet, pour un seul bien, il est possible de démontrer que $r(c)^i_{j,q} = r(0)^i_{j,q}$

$$r(c)^i_{j,q} = \frac{r(p)^i_{j,q}}{N^i_{j-1}} \cdot \prod_{t=1}^{j-1} \frac{r(p)^i_t}{N^i_{t-1}} \cdot N^i_0 = \frac{r(p)^i_{j,q}}{N^i_{j-1}} \cdot \prod_{t=1}^{j-1} \frac{\frac{N^i_t}{P^i_t} \cdot P^i_{t-1}}{N^i_{t-1}} \cdot N^i_0 \qquad pour\ \ j = 2,...,n$$

$$= \frac{r(p)^i_{j,q}}{N^i_{j-1}} \cdot \frac{\frac{N^i_{j-1}}{P^i_{j-1}} \cdot P^i_{j-2}}{N^i_{j-2}} \cdot \frac{\frac{N^i_{j-2}}{P^i_{j-2}} \cdot P^i_{j-3}}{N^i_{j-3}} \cdot \frac{\frac{N^i_{j-3}}{P^i_{j-3}} \cdot P^i_{j-4}}{N^i_{j-4}} \cdot ... \cdot \frac{\frac{N^i_1}{P^i_1} \cdot P^i_0}{N^i_0} \cdot N^i_0$$

$$= \frac{r(p)^i_{j,q}}{N^i_{j-1}} \cdot \frac{N^i_{j-1}}{P^i_{j-1}} \cdot \frac{P^i_0}{N^i_0} \cdot N^i_0 = \frac{r(p)^i_{j,q}}{P^i_{j-1}} \cdot P^i_0 = \frac{N^i_{j,q}}{P^i_{j,q}} \cdot P^i_0 = r(0)^i_{j,q}$$

(10)

Le niveau réel chaîné correspond effectivement au niveau réel avec base fixe pour un seul bien.

3. Développement pour un agrégat composé de plusieurs biens

3.1 Niveau réel au prix de l'année précédente du trimestre *q* de l'année *j*

$$r(p)_{j,q} = \sum_{i=1}^{m} \frac{N_{j,q}^{i}}{P_{j,q}^{i}} P_{j-1}^{i} \tag{11}$$

pour l'année j:

$$r(p)_{j} = \sum_{i=1}^{m} \frac{N_{j}^{i}}{P_{j}^{i}} P_{j-1}^{i} \tag{11a}$$

3.2 Niveau réel base fixe (= 0) du trimestre *q* de l'année *j*

$$r(0)_{j,q} = \sum_{i=1}^{m} \frac{N_{j,q}^{i}}{P_{j,q}^{i}} P_{0}^{i} \tag{12}$$

pour l'année j:

$$r(0)_{j} = \sum_{i=1}^{m} \frac{N_{j}^{i}}{P_{j}^{i}} P_{0}^{i} \tag{12a}$$

3.3 Indice de volume de Laspeyres non chaîné selon la méthode « Annual overlap »

$$IndV(p)_{j,q} = \frac{4 \cdot \sum_{i=1}^{m} r(p)_{j,q}^{i}}{\sum_{i=1}^{m} N_{j-1}^{i}} \cdot 100 \tag{13}$$

3.4 Indice de volume de Laspeyres chaîné selon la méthode « Annual overlap » (*t* représente des années)

$$IndV(c)_{j,q} = 4 \cdot \frac{\sum_{i=1}^{m} r(p)_{j,q}^{i}}{\sum_{i=1}^{m} N_{j-1}^{i}} \cdot \prod_{t=1}^{j-1} \frac{\sum_{i=1}^{m} r(p)_{t}^{i}}{\sum_{i=1}^{m} N_{t-1}^{i}} \cdot 100 \qquad pour \quad j = 2,...,n \tag{14}$$

3.5 Niveau réel chaîné

$$r(c)_{j,q} = \frac{\sum_{i=1}^{m} r(p)_{j,q}^{i}}{\sum_{i=1}^{m} N_{j-1}^{i}} \cdot \prod_{t=1}^{j-1} \frac{\sum_{i=1}^{m} r(p)_{t}^{i}}{\sum_{i=1}^{m} N_{t-1}^{i}} \cdot \sum_{i=1}^{m} N_{0}^{i} \qquad pour \;\; j = 2,...,n \tag{15}$$

grâce à (12) et (15) nous pouvons également développer et écrire :

$$r(0)_{j,q} = \sum_{i=1}^{m} \frac{N_{j,q}^{i}}{P_{j,q}^{i}} P_0^i \quad \neq \quad \frac{\sum_{i=1}^{m} r(p)_{j,q}^{i}}{\sum_{i=1}^{m} N_{j-1}^{i}} \cdot \prod_{t=1}^{j-1} \frac{\sum_{i=1}^{m} r(p)_{t}^{i}}{\sum_{i=1}^{m} N_{t-1}^{i}} \cdot \sum_{i=1}^{m} N_0^i = r(c)_{j,q}$$

$$pour \;\; j = 2,...,n \tag{16}$$

nous constatons alors que :

$$r(c)_{j,q} \neq r(0)_{j,q} \qquad pour \;\; j \geq 2$$

$$r(c)_{j,q} \neq \sum_{i=1}^{m} r(c)_{j,q}^{i} \qquad pour \;\; j \geq 2$$

Le niveau réel chaîné pour un agrégat composé de plusieurs biens ne correspond pas au niveau réel de cet agrégat en base fixe et ne correspond pas non plus à la somme des biens exprimés en termes réels et chaînés de ce même agrégat.

4. Relation entre le niveau réel chaîné et le niveau réel non chaîné des séries trimestrielles

Pour un agrégat composé de m biens, nous avons pour la valeur de l'indice chaîné au trimestre *q* de l'année *j :*

$$IndV(c)_{j,q} = 4 \cdot \frac{\sum_{i=1}^{m} r(p)_{j,q}^{i}}{\sum_{i=1}^{m} N_{j-1}^{i}} \cdot \prod_{t=1}^{j-1} \frac{\sum_{i=1}^{m} r(p)_{t}^{i}}{\sum_{i=1}^{m} N_{t-1}^{i}} \cdot 100 \tag{17}$$

avec :

$$\frac{\sum_{q=1}^{4} IndV(c)_{j,q}}{4} = IndV(c)_{j}$$

$$IndV(c)_{j} = 100 \qquad pour\ \ j = 0$$

$$IndV(c)_{j,q} = IndV(p)_{j,q}, \qquad pour\ \ j = 1$$

Pour la valeur de l'indice chaîné annuel du même agrégat de l'année *j*-1, nous avons :

$$IndV(c)_{j-1} = \prod_{t=1}^{j-1} \frac{\sum_{i=1}^{m} r(p)_{t}^{i}}{\sum_{i=1}^{m} N_{t-1}^{i}} \cdot 100 \tag{18}$$

Nous pouvons exprimer le rapport de (17) sur (18) comme suit :

$$\frac{IndV(c)_{j,q}}{IndV(c)_{j-1}} = \left[4 \cdot \frac{\sum_{i=1}^{m} r(p)_{j,q}^{i}}{\sum_{i=1}^{m} N_{j-1}^{i}} \cdot \prod_{t=1}^{j-1} \frac{\sum_{i=1}^{m} r(p)_{t}^{i}}{\sum_{i=1}^{m} N_{t-1}^{i}} \cdot 100 \right] \div \left[\prod_{t=1}^{j-1} \frac{\sum_{i=1}^{m} r(p)_{t}^{i}}{\sum_{i=1}^{m} N_{t-1}^{i}} \cdot 100 \right]$$

$$= 4 \cdot \frac{\sum_{i=1}^{m} r(p)_{j,q}^{i}}{\sum_{i=1}^{m} N_{j-1}^{i}} = 4 \cdot \frac{r(p)_{j,q}}{N_{j-1}} \tag{19}$$

Dès lors, nous sommes en mesure de relier le niveau de l'indice réel chaîné et non chaîné de la manière suivante :

$$r(p)_{j,q} = \frac{IndV(c)_{j,q}}{IndV(c)_{j-1}} \cdot \frac{N_{j-1}}{4} \tag{20}$$

$$r(p)_{j,q} = \frac{r(c)_{j,q}}{r(c)_{j-1}} \cdot N_{j-1} \tag{21}$$

Avec la méthode « Annual overlap », il existe donc une relation linéaire entre les niveaux des indices chaînés trimestriels, les niveaux des indices chaînés annuels, la valeur nominale annuelle de l'agrégat de l'année *j-1* et l'indice réel non chaîné trimestriel. Cette relation, dans les cadres des estimations trimestrielles du PIB peut être utilisée pour déduire une dimension d'un agrégat implicitement, à partir d'une estimation des autres dimensions de ce même agrégat, issues par exemple de modèles d'estimation annuels ou trimestriels. La relation (21) est valable autant pour un agrégat composé de plusieurs biens que pour un seul bien.

* * *