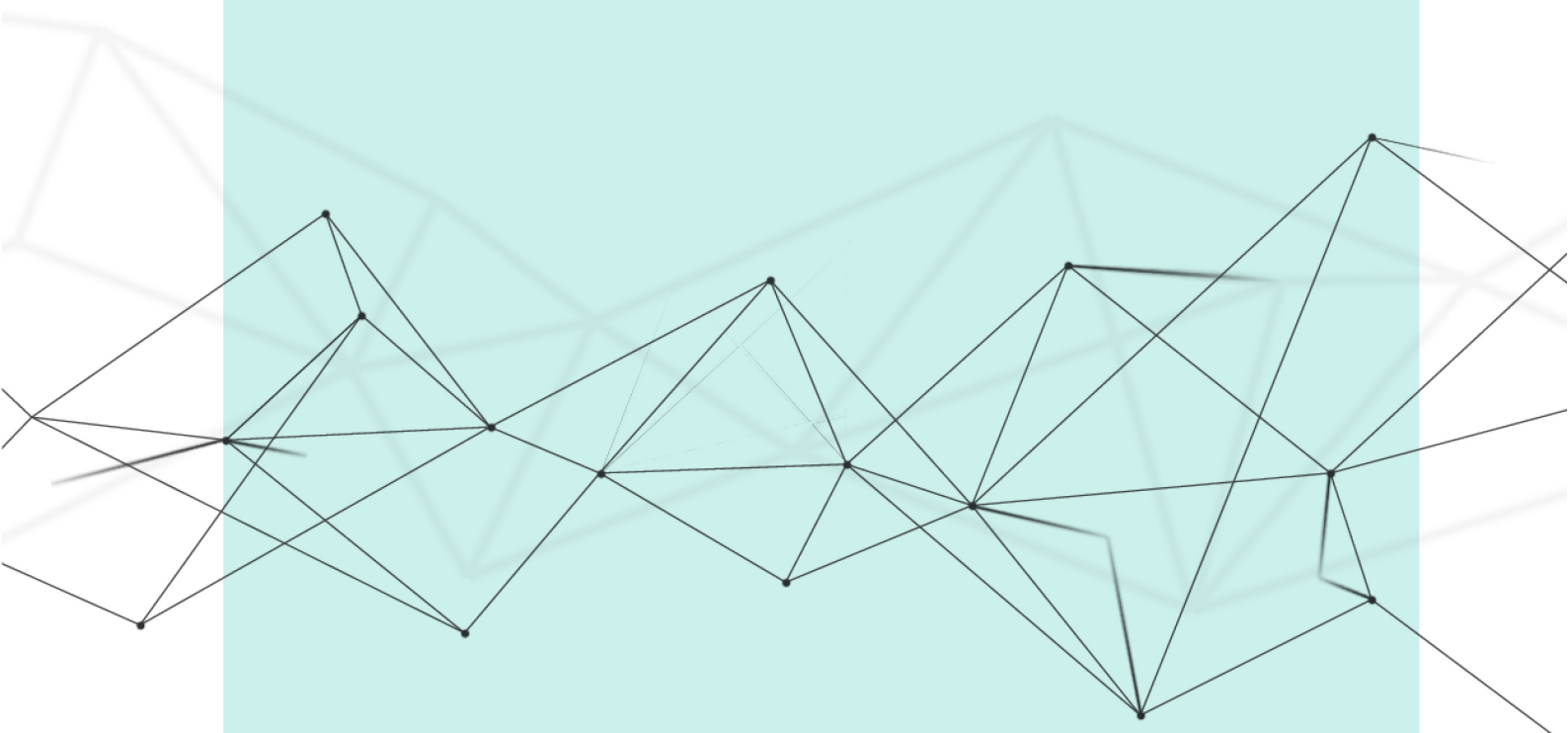




Studie | Februar 2020

Univariate und multivariate Filter zur Schätzung des Potentialoutput – Theorie und Anwendungen auf die Schweiz





Grundlagen für die
Wirtschaftspolitik

In der Publikationsreihe «Grundlagen für die Wirtschaftspolitik» veröffentlicht das Staatssekretariat für Wirtschaft SECO Studien und Arbeitspapiere, welche wirtschaftspolitische Fragen im weiteren Sinne erörtern.

Herausgeber

Staatssekretariat für Wirtschaft SECO
Holzikofenweg 36, 3003 Bern
Tel. +41 58 469 60 22
wp-sekretariat@seco.admin.ch
www.seco.admin.ch

Online

www.seco.admin.ch/studien

Autor

Prof. em. Dr. Peter Stalder
Zürich, Schweiz

Zitierweise

Peter Stalder (2020): «Univariate und multivariate Filter zur Schätzung des Potentialoutput: Theorie und Anwendungen auf die Schweiz». Grundlagen für die Wirtschaftspolitik Nr. 10. Staatssekretariat für Wirtschaft SECO, Bern.

Anmerkungen

Studie im Auftrag des Staatssekretariats für Wirtschaft SECO.

Der vorliegende Text gibt die Auffassung des Autors wieder. Diese muss nicht notwendigerweise mit derjenigen des Auftraggebers übereinstimmen.

Univariate und multivariate Filter zur Schätzung des Potentialoutput – Theorie und Anwendungen auf die Schweiz

Zusammenfassung

Unter dem Potentialoutput einer Volkswirtschaft wird dasjenige Aktivitätsniveau verstanden, das einer Normalauslastung der Produktionsfaktoren entspricht. Die mit dem BIP gemessene tatsächliche Wirtschaftsleistung kann höher oder tiefer sein, woraus sich in Form des sogenannten Output Gap die zyklische Position der Wirtschaft ablesen lässt. In der langen Frist bestimmt das Potentialwachstum den Pfad für eine gleichgewichtige Wirtschaftsentwicklung. Beim Potentialoutput handelt es sich somit um ein zentrales Konzept makroökonomischer Analysen. Er ist jedoch nicht direkt beobachtbar, sondern muss geschätzt werden. Dazu stützt man sich entweder auf eine Produktionsfunktion (struktureller Ansatz) oder auf Filtermethoden (statistischer Ansatz). Diese Studie erläutert die Filtermethoden und wendet sie auf die Schweiz an. Der Produktionsfunktionsansatz wird in einem separaten Papier behandelt. Ein drittes Papier evaluiert die Vor- und Nachteile der beiden Verfahren.

Ein weitverbreitetes Verfahren zur Aufspaltung der BIP-Entwicklung in den Potentialoutput und den Output Gap ist der HP-Filter. Seine Berechnung basiert auf einer einzigen Beobachtungsreihe, dem BIP. Eine bekannte Schwachstelle des HP-Filters besteht darin, dass sich die Berechnungen am jeweiligen Reihenende beim Hinzukommen weiterer Beobachtungswerte stark ändern können. Diese Randwert-Instabilität tritt vor allem an konjunkturellen Wendepunkten zutage, also in Situationen, wo eine zuverlässige Einschätzung der aktuellen Situation besonders gefragt ist.

Multivariate Filter stützen die Schätzung neben dem BIP auf weitere Daten ab. Dies geschieht anhand ökonomisch begründeter Gleichungen, die den nicht beobachtbaren Output Gap auf beobachtbare Variablen wie die Inflationsrate (Phillips-Kurve) oder die Arbeitslosenquote (Okun's Law) abbilden. Von solchen Modellerweiterungen verspricht man sich statistisch zuverlässigere und ökonomisch besser abgesicherte Berechnungen. Die Anwendungen verschiedener multivariater Filter in Form von State-Space-Modellen auf die Schweiz stützen diese Auffassung. Die Schätzungen weisen im Vergleich zum HP-Filter engere Vertrauensbereiche auf. Zudem wird die Randwert-Instabilität spürbar gemildert. Die letztlich interessierende Frage, welches der betrachteten Modelle die zuverlässigste Masse für Potentialoutput und Output Gap liefert, ist indessen schwierig zu beantworten, weil für diese Variablen keine direkten Beobachtungen verfügbar sind.

Da Filterverfahren wenig über die ökonomischen Treiber des Wirtschaftswachstums aussagen, sind sie für wirtschaftspolitische Analysen nicht geeignet. Für Potentialprognosen müssen die Filtermodelle über eine mit Prognosewerten erweiterte BIP-Entwicklung geschätzt werden. Die unterstellte BIP-Prognose wirkt auf die Situation am aktuellen Rand zurück und beeinflusst den prognostizierten Potentialpfad. Im konjunkturellen Zeithorizont erscheint dieses Vorgehen vertretbar. Für langfristige Potentialprognosen kommen Filterverfahren hingegen nicht in Betracht, denn der Potentialpfad konvergiert über längere Zeiträume zwangsläufig zum BIP, wäre also durch die BIP-Prognose bereits vorgegeben.

Estimation de la production potentielle à l'aide de filtres univariés et multivariés – théorie et applications à la Suisse

Résumé

Par production potentielle d'une économie, on entend le niveau d'activité correspondant à l'utilisation normale des facteurs de production. La performance économique effective mesurée par le PIB peut y être supérieure ou inférieure, la différence correspondant à l'écart de production, qui reflète la situation de l'économie dans le cycle économique. À long terme, la croissance potentielle détermine la croissance économique d'équilibre. La production potentielle est donc un concept central des analyses macroéconomiques ; elle doit toutefois faire l'objet d'une estimation, puisqu'on ne peut l'observer directement. Pour cette estimation, on se fonde soit sur une fonction de production (approche structurelle), soit sur la méthode par filtres (approche statistique). La présente étude traite des estimations par filtres et les applique à la Suisse. L'approche par fonction de production est traitée dans un document distinct. Un troisième document analyse les avantages et les inconvénients des deux méthodes.

Le filtre HP est une méthode largement répandue pour ventiler l'évolution du PIB en production potentielle et écart de production. Son calcul se fonde sur une seule série d'observations, le PIB. L'un des points faibles notoires du filtre HP est que les estimations aux limites de la série peuvent changer considérablement lorsque de nouvelles observations sont ajoutées. Cette instabilité des valeurs à la marge est particulièrement marquée aux points de retournement conjoncturel, soit dans les situations où une évaluation fiable de la situation du moment est particulièrement importante.

Les filtres multivariés utilisent d'autres données en plus du PIB pour établir l'estimation. On s'appuie pour ce faire sur des équations économiques qui permettent de déterminer l'écart de production, non observable, à l'aide de variables observables telles que le taux d'inflation (courbe de Phillips) ou le taux de chômage (loi d'Okun). L'idée de ces extensions de modèles est de rendre les calculs plus fiables sur les plans statistique et économique. L'application à la Suisse de divers filtres multivariés sous forme de modèles espace état corrobore ce point de vue. Par rapport au filtre HP, ces estimations présentent des intervalles de confiance réduits. L'instabilité des valeurs à la marge est en outre sensiblement réduite. Toutefois, il est difficile de répondre à la question qui nous occupe, à savoir lequel des modèles considérés fournit les mesures les plus fiables de la production potentielle et de l'écart de production, car on ne dispose pas d'observations directes pour ces variables.

Comme les méthodes par filtres en disent peu sur les moteurs de la croissance économique, elles ne conviennent pas aux analyses de politique économique. Pour les prévisions de potentiel, les modèles par filtres doivent se fonder sur une série du PIB prolongée par le biais de prévisions. La prévision du PIB postulée a une incidence à la fois sur la situation à court terme et sur les perspectives de développement du potentiel. Dans un horizon conjoncturel, cette approche semble justifiable, mais elle ne présente pas d'intérêt pour les prévisions de potentiel à long terme, puisque le potentiel converge inévitablement vers le PIB sur des périodes longues, si bien qu'il serait déjà prédéterminé par la prévision du PIB.

Filtri univariati e multivariati per la stima dell'output potenziale. Il caso della Svizzera – teoria e pratica

Riassunto

L'output potenziale (potenziale di produzione) di un'economia è il livello di attività che corrisponde a un utilizzo normale dei fattori di produzione. La produzione economica effettiva misurata in termini di PIL, può essere superiore o inferiore a tale livello e permette di dedurre la posizione ciclica dell'economia espressa sotto forma del cosiddetto «output gap» (divario di produzione). Se si considera il lungo termine, la crescita potenziale rappresenta il punto di riferimento per uno sviluppo economico equilibrato. Quello di potenziale di produzione è quindi un concetto centrale a livello di analisi macroeconomica che, non essendo direttamente osservabile, deve essere stimato. Per tale stima si possono applicare il metodo della funzione di produzione (approccio strutturale) o i metodi di filtraggio (approccio statistico). Il presente studio illustra i metodi di filtraggio e li applica alla Svizzera. L'approccio della funzione di produzione verrà trattato separatamente. Un terzo studio valuterà i vantaggi e gli svantaggi dei due diversi approcci.

Un metodo molto utilizzato per ripartire lo sviluppo del PIL tra output potenziale e output gap è il filtro HP. In questo caso il calcolo si basa su una singola serie di osservazioni, il PIL. Uno dei limiti del filtro HP risiede nel fatto che i calcoli alla fine della serie possono variare notevolmente all'aggiunta di altri valori di osservazione. Questa instabilità del valore marginale si verifica soprattutto in corrispondenza di punti di svolta della congiuntura ovvero in situazioni in cui una valutazione affidabile della situazione attuale è di particolare importanza.

Nel caso dei filtri multivariati le stime prendono in considerazione non solo il PIL ma anche altri fattori. Ci si basa su equazioni economiche che permettono di determinare l'output gap, non osservabile, tramite variabili che sono invece osservabili quali il tasso d'inflazione (curva di Phillips) o il tasso di disoccupazione (legge di Okun). In tal modo si intende garantire risultati più affidabili a livello statistico e migliori dal punto di vista economico. L'applicazione di diversi filtri multivariati sotto forma di modelli state-space alla Svizzera sostiene questa tesi. Rispetto a quanto avviene con il filtro HP, le stime così ottenute sono caratterizzate da intervalli di confidenza più ristretti e l'instabilità del valore marginale è notevolmente ridotta. Dal momento che non sono disponibili osservazioni dirette, è invece difficile rispondere alla questione che ci interessa, ossia sapere quale dei modelli considerati fornisca le misure più affidabili per l'output potenziale e per l'output gap.

I metodi di filtraggio forniscono poche informazioni riguardo ai fattori trainanti della crescita economica e non sono quindi adatti per analisi di politica economica. Nel caso delle previsioni sul potenziale, i modelli di filtraggio devono quindi basarsi sullo sviluppo del PIL, ampliato con valori di previsione. La previsione del PIL postulata si ripercuote sulle stime alla fine del periodo di osservazione e influisce sul percorso di crescita potenziale previsto. Nell'orizzonte congiunturale, questo approccio risulta ragionevole, ma è fuori questione per le previsioni a più lungo termine in quanto su lunghi periodi l'andamento del potenziale converge inevitabilmente verso il PIL e verrebbe quindi predeterminato dalla previsione dello stesso.

Univariate and multivariate filters for estimating potential output – theory and application to Switzerland

Summary

The potential output of an economy is a measure for the level of activity that corresponds to a normal utilization of the production factors. Actual GDP may be higher or lower, which – in terms of the so-called output gap – indicates the cyclical position of the economy. In the long run, potential growth determines the course for balanced economic development. Potential output is therefore a key concept in macroeconomic analyses. However, it cannot be observed directly but must be estimated. This is done either by means of a production function (structural approach) or with filter methods (statistical approach). This study explains the filter methods and applies them to Switzerland. The production function approach will be addressed in a separate paper. A third paper will evaluate the advantages and disadvantages of the two methods.

A widespread method for decomposing GDP into potential output and the output gap is the HP filter, with GDP being the only observation series. As is well-known, the calculations at the end of a certain sample period can change significantly when further observations become available. This endpoint instability shows up most strongly at cyclical turning points – thus precisely at times when a reliable assessment of the current situation is most needed.

Multivariate filters extend the informational basis by including data in addition to GDP, using equations that map the unobserved output gap to observed variables like the inflation rate (Phillips curve) or the unemployment rate (Okun's law). This approach promises to deliver results that are not only statistically more reliable but also have stronger economic foundations. The application of various multivariate filters to Switzerland in the form of state-space models supports this view. The confidence intervals of the estimates are substantially smaller than in the HP filter, and the endpoint instability is noticeably reduced. The central question – which of the models examined provides the most realistic measures for potential output and the output gap – is difficult to answer, however, because no observable counterparts for these measures exist.

As the filter methods do not explicitly capture the intrinsic drivers of economic growth, they are poorly suited for addressing policy issues. When it comes to forecasting, the filters must be estimated over a period that is extended by a GDP forecast. The assumed course of GDP affects potential output and the output gap not only within but also before the forecast period, a rather disturbing phenomenon that is related to the endpoint-instability. Nevertheless, this approach can be expected to provide reasonable results over a short forecasting horizon. By contrast, filter methods are inapt for long-term forecasts because potential output would converge to the assumed GDP path, meaning that the course of potential output would be predefined by the GDP forecast.

INHALT

1.	Einleitung	1
2.	Der HP-Filter	4
	2.1 Das Problem der Randwert-Instabilität	5
	2.2 Darstellung des HP-Filters als univariates State-Space-Modell – Modell SS_HP	8
3.	Multivariate Filter in "State-Space"-Form	13
	3.1 Konditionierung des Output Gap auf die Kapazitätsauslastung - Modell SS_DUC	16
	3.2 Konditionierung des Output Gap auf die Arbeitslosenquote – Modell SS_UR	19
	3.3 Konditionierung des Output Gap auf die Inflationsrate – Modell SS_PR	25
	3.4 Konditionierung des Output Gap auf die Investitionsquote – Modell SS_IR	29
	3.5 Mehrfache Konditionierung des Output Gap – Modell SS_ALL	32
4.	Prognostische Verwendung von Filtermethoden	43
5.	Ein strukturell modifiziertes State-Space-Modell	46
6.	Zusammenfassung	53
	Anhang:	
	Ableitung der Arbeitslosenquote aus dem Indikator der "Rekrutierungsschwierigkeiten"	55
	Literaturverzeichnis	59

1. Einleitung

Unter dem Potentialoutput wird dasjenige gesamtwirtschaftliche Aktivitätsniveau verstanden, das einer Normalauslastung der Produktionsfaktoren entspricht. Dabei wird Normalauslastung meist mit einer Situation gleichgesetzt, in der die Inflation über die Zeit stabil bleibt. Dem Potentialoutput kommt in makroökonomischen Analysen eine zentrale Rolle zu. Die aktuelle *Konjunkturlage* wird häufig anhand der Abweichung des BIP vom Potentialoutput, dem sogenannten *Output Gap*, charakterisiert. Während bei negativem Output Gap ein über dem Potentialwachstum liegendes BIP-Wachstum erwünscht ist, weil sich dadurch die Unterauslastung der Wirtschaft vermindert, kann ein gleich starkes BIP-Wachstum in eine inflationäre Überhitzung münden, wenn der Output Gap bereits positiv ist. Auch *finanzpolitisch* sind die Konzepte von Potentialoutput und Output Gap von grosser Bedeutung. So wird z.B. im Rahmen der *Schuldenbremse* der Ausgabenplafond bei der Budgetplanung so festgelegt, dass er den auf ein konjunkturelles Normalniveau umgerechneten Staatseinnahmen entspricht. Der dabei verwendete "Konjunkturfaktor" leitet sich aus dem Output Gap ab. Für die Beurteilung der Nachhaltigkeit der Sozialversicherungssysteme sind zuverlässige Vorstellungen über das langfristig zu erwartende Wirtschaftswachstum unabdingbar.

Der Nützlichkeitswert dieser Konzepte steht der Umstand entgegen, dass der Potentialoutput und der Output Gap nicht beobachtbar sind, sondern geschätzt werden müssen. Die Methoden der Potentialschätzung lassen sich grob in zwei Gruppen einteilen:

- a) *Zeitreihenanalytische* Filteransätze, welche die historische Entwicklung des BIP rein statistisch oder mit teilweisem Rückgriff auf ökonomische Zusammenhänge in den Potentialpfad und den Output Gap (Abweichungen des BIP vom Potentialpfad) aufspalten.
- b) *Strukturelle* Methoden, die den Potentialoutput mithilfe einer *Produktionsfunktion* bestimmen, indem die Inputfaktoren ihren inflationsneutralen Niveaus gleichgesetzt und für Potentialprognosen in die Zukunft projiziert werden.

Die Abgrenzung zwischen den beiden Ansätzen ist grundsätzlich sinnvoll, wird aber dadurch etwas aufgeweicht, dass einerseits die Filtermethoden in letzter Zeit vermehrt strukturell-ökonomische Elemente einbeziehen und andererseits der Produktionsfunktionsansatz nicht ohne statistische Glättungsverfahren auskommt.

Die Eignung der beiden Verfahren ist je nach Verwendungszweck und Fristigkeit der Betrachtung unterschiedlich zu beurteilen. Filteransätze sind primär auf die historische Dekomposition der BIP-Entwicklung in Trend und Zyklus und die Bestimmung des momentanen Output Gap ausgerichtet. Sie sagen aber wenig über die ökonomischen Treiber des Wirtschaftswachstums aus und fallen deshalb für wirtschaftspolitische Analysen wie z.B. die Frage nach den Gründen einer langanhaltenden Wachstumsschwäche ausser Betracht. In prognostischer Hinsicht ist zu berücksichtigen, dass eine expansive oder rückläufige Gesamtnachfrage über ihren Einfluss auf die Investitionstätigkeit das Potentialwachstum in die gleiche Richtung treibt, so dass sich der Output Gap weniger stark verändert als dies bei unverändertem Potentialwachstum der Fall wäre. Auch damit ist ein struktureller Zusammenhang angesprochen, der in Filtermethoden nicht explizit dargestellt ist. In der langen Frist tritt der Output Gap als konjunkturelles Phänomen in den Hintergrund. Zwar wird auch ein langer Prognosezeitraum von konjunkturellen Schwankungen geprägt sein. Das Niveau des BIP in 20 oder 30 Jahren wird aber davon

im Vergleich zum zwischenzeitlich realisierten Potentialwachstum kaum beeinflusst. Für die Bestimmung des langfristigen Potentialpfades sind demografische Entwicklungen (Bevölkerungswachstum, Altersstruktur, Erwerbsquoten), die Kapitalakkumulation und der technische Fortschritt ausschlaggebend. Diese Faktoren sind nur im Produktionsfunktionsansatz adäquat abgebildet.

Diese Studie konzentriert sich auf die Filtermethoden. Der Produktionsfunktionsansatz wird in einem separaten Papier behandelt (Stalder 2020a). Ein drittes Papier evaluiert die Vor- und Nachteile der beiden Ansätze (Stalder 2020b).

Ein einfaches und weitverbreitetes Filterverfahren zur Aufspaltung einer Zeitreihe in einen Trend und einen Zyklus wurde von Hodrick und Prescott (1980, 1997) entwickelt. Das Ergebnis der Filterung hängt von der Wahl des sogenannten Glättungsparameters λ ab: Je höher λ festgelegt wird, desto glatter wird der vom HP-Filter identifizierte Trend und entsprechend grösser werden die Trendabweichungen. In der Anwendung auf das BIP werden die Trendwerte als Potentialoutput und die zyklischen Abweichungen des BIP vom Trend als Output Gap interpretiert. Diese ökonomische Interpretation mag häufig recht plausibel erscheinen. Sie ist jedoch nicht unproblematisch, denn beim HP-Filter handelt es sich um ein rein statistisches Verfahren. Eine weitere Schwachstelle des HP-Filters besteht darin, dass sich die Berechnungen am jeweiligen Reihenende beim Hinzukommen weiterer Beobachtungswerte stark ändern können. Diese Randwert-Instabilität tritt vor allem an konjunkturellen Wendepunkten zutage, also in Situationen, wo eine zuverlässige Einschätzung der aktuellen Situation besonders gefragt ist.

Beim HP-Filter handelt es sich um einen univariaten Filter, denn die Schätzung basiert auf einer einzigen Beobachtungsreihe, dem BIP. Multivariate Filter erweitern die Informationsbasis, indem sie die latenten Variablen auf weitere beobachtbare Variablen abbilden. So ist z.B. anzunehmen, dass sich der Output Gap in einer Phase mit stabiler Inflation in der Nähe von Null befindet, während Phasen steigender (fallender) Inflation auf einen positiven (negativen) Output Gap hindeuten. Neben der Inflationsrate können weitere Datenreihen wie z.B. die Arbeitslosenquote, Umfragedaten zur Kapazitätsauslastung oder die Investitionsquote als konditionierende Zusatzinformation hinzugezogen werden. Davon verspricht man sich präzisere statistische Berechnungen. Zudem ist die Interpretation von Trend und Zyklus als Potentialoutput und Output Gap aufgrund der ins Modell eingebauten ökonomischen Zusammenhänge besser abgesichert.

Eine frühe Untersuchung dieser Art wurde von Clark (1989) vorgelegt. Ausgangspunkt ist ein in State-Space-Form spezifiziertes "Unobserved Components"-Modell, das die Entwicklung des BIP in einen nicht-stationären stochastischen Trend (Potentialoutput) und eine stationäre zyklische Komponente (Output Gap) zerlegt. In der Anwendung auf sechs Länder (USA, Kanada, UK, Deutschland, Frankreich, Japan) zeigen sich markante Unterschiede hinsichtlich der Variabilität des Potentialwachstums und der Persistenz des Output Gap. Als multivariate Erweiterung dieses Ansatzes wird ein bivariates State-Space-Modell für die USA geschätzt, das die Abweichungen der Arbeitslosenquote von ihrem Trend mit dem Output Gap verknüpft. Der Output Gap folgt einem stationären AR(2)-Prozess, und der Trend ist als "random walk" modelliert. Dabei ist zugelassen, dass die Schocks, die die beiden Prozesse treiben, miteinander korreliert sind. Dies lässt sich ökonomisch dahingehend interpretieren, dass der Output Gap über die Investitionstätigkeit das Potentialwachstum beeinflusst. Die Modellschätzung zeigt, dass die Korrelation der beiden Schocks schwach ist.

Der Ansatz von Clark wurde in der Folge durch den Einbezug zusätzlicher Beobachtungsreihen und den Einbau weiterer struktureller Zusammenhänge in einer Vielzahl von Studien erweitert. Zu erwähnen sind in diesem Zusammenhang insbesondere die beim IMF von Douglas Laxton in Zusammenarbeit mit anderen Forschern entwickelten multivariaten Filter. Ein neuerer Beitrag dazu ist Alichì et al. (2017). Das in diesem IMF-Arbeitspapier entwickelte Modell besteht aus einer Gleichung für das Potentialwachstum, einer Gleichung für das Potentialniveau und einer Gleichung für den Output Gap. Getrieben werden diese Gleichungen von drei Schocks, nämlich einem sich über die Zeit abbauenden Schock auf das Potentialwachstum, einem permanenten Schock auf das Potentialniveau, und einem transitorischen, nachfrageseitig interpretierten Schock auf den Output Gap. Zur Identifikation dieser Schocks werden drei weitere Gleichungen in das Modell eingefügt, welche den Output Gap auf beobachtbare Variablen abbilden, nämlich die Inflationsrate (Phillips-Kurve), die Arbeitslosenquote (Okun's Law), und die industrielle Kapazitätsauslastung. Schliesslich werden die modellkonsistent bestimmten Erwartungswerte für die Inflation und das BIP-Wachstum mit den Prognosen von "Consensus Economics" in Verbindung gebracht, wobei sich mit der Festlegung der Störvarianzen dieser Gleichung bestimmen lässt, wie stark das Modell auf diese Zusatzinformation konditioniert werden soll. Die bayesianische Schätzung des Modells für die US-Wirtschaft verwendet relativ strenge Priors. Es zeigt sich, dass der Output Gap im Vergleich zum HP-Filter vor der Finanzkrise von 2008 weniger stark positiv ist und danach stärker negativ wird. Weiter wird festgestellt, dass die Vertrauensbereiche für den Output Gap und das Potentialwachstum kleiner sind als beim HP-Filter. Zudem wird auch die Randwert-Instabilität gemildert. In Alichì et al. (2019) wird das Modell um einen Arbeitsmarkt-Hysterese-Effekt erweitert. Mit dieser Erweiterung ist das Modell besser in der Lage, den trägen Erholungsprozess nach der Finanzkrise von 2008 zu erklären.¹

Aufbau dieser Studie

In *Abschnitt 2* dieser Studie wird der HP-Filter im Detail erläutert. Dabei wird auf die zum Teil umstrittene Festlegung des Glättungsparameters λ sowie das Problem der Randwert-Instabilität eingegangen. Des Weiteren wird gezeigt, dass der HP-Filter alternativ als univariates State-Space-Modell formuliert werden kann. Ausgehend von diesem Referenzmodell werden in *Abschnitt 3* verschiedene multivariate Modellerweiterungen diskutiert. Sie bestehen darin, den latenten Output Gap in zusätzlichen Gleichungen auf beobachtbare Variablen wie die Kapazitätsauslastung, die Arbeitslosenquote, die Inflation oder die Investitionsquote abzubilden. Dabei wird untersucht, in welcher Weise diese Konditionierungen das vom HP-Filter vermittelte Bild von Potentialoutput und Output Gap verändern. Weiter wird abgeklärt, in welchem Ausmass die zusätzlichen Beobachtungvariablen zur Milderung der Randwert-Instabilität beitragen. *Abschnitt 4* behandelt die Probleme, die bei der prognostischen Verwendung von Filterverfahren auftreten. *Abschnitt 5* präsentiert ein State-Space-Modell, das sich grundlegender vom HP-Filter unterscheidet, indem das Potentialwachstum nicht rein statistisch bestimmt wird, sondern ökonomisch vom Output Gap abhängig gemacht wird.

¹ Ähnliche Untersuchungen wurden z.B. auch von Benes et.al.(2010), Blagrove et.al.(2015) und Cerra und Saxena (2000) vorgelegt.

2. Der HP-Filter

Der HP-Filter spaltet die historische Entwicklung einer Zeitreihe in einen Trend und eine zyklische Komponente auf. Wie glatt der Trend ist, hängt von der Gewichtung von zwei in der Summe minimierten zweiten Momenten ab. Bezeichnet man die logarithmierten Beobachtungswerte mit y_t , so ergibt sich der Trend yp_t durch die Minimierung der Zielfunktion:

$$\min_{yp_t} \sum_{t=1}^T (y_t - yp_t)^2 + \lambda \sum_{t=2}^{T-1} [(yp_{t+1} - yp_t) - (yp_t - yp_{t-1})]^2 \quad (1)$$

In der folgenden Anwendung handelt es sich bei y_t um das logarithmierte BIP, die Trendkomponente yp_t stellt den Potentialoutput dar und die Abweichungen der Originalreihe vom Trend ($y_t - yp_t$) entsprechen dem Output Gap. Das Minimierungsproblem (1) lässt sich verbal wie folgt umreißen. Einerseits soll der Trend nahe bei der Originalreihe liegen (kleine erste Quadratsumme in (1)). Andererseits soll der Trend geringe Richtungsänderungen aufweisen (kleine zweite Quadratsumme in (1)). Je enger aber der Trend der Originalreihe folgt, desto grösser werden seine Richtungsänderungen. In diesem trade-off gibt ein hoher Wert des Parameters λ dem zweiten Kriterium mehr Gewicht, "bestraft" also stärker für Änderungen im Trendwachstum, und führt so zu einem glatteren Trendverlauf und entsprechend grösseren Trendabweichungen. Für die Glättung von Quartalsreihen (Jahresreihen) schlagen Hodrick und Prescott für λ einen Wert von 1600 (100) vor. Dies bedeutet, dass bei Quartalsreihen (Jahresreihen) die Standardabweichung des Output Gap um den Faktor 40 (10) grösser sein soll als die Standardabweichung des Potentialwachstums.²

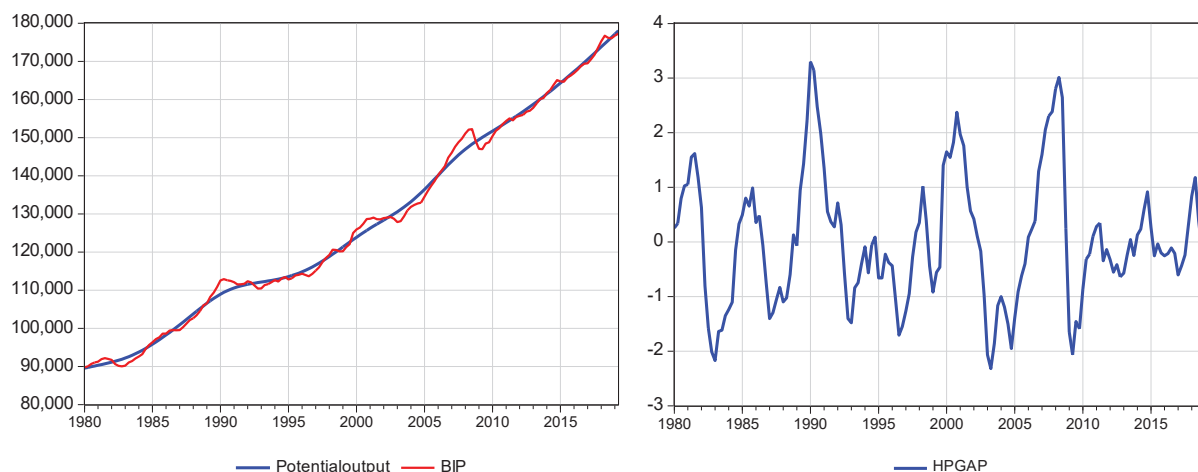
Der HP-Filter zeichnet sich durch Einfachheit und Transparenz aus. Dem stehen als Kehrseite verschiedene Nachteile gegenüber. Aufgrund der Vorstellung, dass das BIP in Form von Zyklen um einen vergleichsweise ruhigen Trend schwankt, ist die Anwendung des HP-Filters zwar naheliegend. Da die Dekomposition der BIP-Reihe in Trend und Zyklus aber auf rein statistischen Kriterien beruht, ist die Gleichsetzung mit den ökonomischen Konzepten von Potentialoutput und Output Gap eher gewagt. Des Weiteren ist die Wahl des *Glättungsparameters* λ ziemlich arbiträr, obwohl Vorstellungen über die Länge und Amplitude von Konjunkturzyklen gewisse Anhaltspunkte liefern können. In der Anwendung auf Quartalsreihen hält sich die Literatur weitgehend an den von Hodrick und Prescott favorisierten Wert von 1600. Kontroverser ist die Festlegung von λ für Jahresreihen. So verwenden z.B. Backus und Kehoe (1992) den von Hodrick und Prescott vorgeschlagenen Wert von 100. Correia, Neves und Rebelo (1992) favorisieren einen viel höheren Wert von 400 und Baxter und King (1999) eine viel tieferen Wert von 10. Ravn und Uhlig (2001) schlagen für Jahresdaten einen noch tieferen Wert von 6.25 vor. Dabei gehen sie – wie von Hamilton (2017) kritisiert – ungeprüft davon aus, dass die Annahme $\lambda = 1600$ für Quartalsreihen adäquat ist. In der Praxis wird die Wahl von λ nach ökonomischen Plausibilitätsüberlegungen zu treffen sein, indem man sich z.B. überlegt, ob Perioden mit geringem BIP-Wachstum als zyklische Abweichungen vom Potentialpfad oder als Phasen mit vermindertem Potentialwachstum zu sehen sind.

² Diesem Vorschlag liegt die folgende Überlegung zugrunde (Hodrick and Prescott, 1997): "Our prior view is that a 5 percent cyclical component is moderately large, as is a one-eighth of 1 percent change in the growth rate in a quarter. This led us to select $\sqrt{\lambda} = 5/(1/8) = 40$ or $\lambda = 1600$." Analog ergibt sich für Jahresreihen: $\sqrt{\lambda} = 5/(1/2) = 10$, bzw. $\lambda = 100$.

Als weitere Schwachstelle des HP-Filters ist der sogenannte "endpoint bias" bzw. die damit verbundene Randwert-Instabilität zu erwähnen. Dieses Problem, das nachstehend genauer betrachtet wird, kündigt sich in (1) darin an, dass in der zweiten Quadratsumme (dem Glättungsterm) wegen des Erscheinens von yp_{t-1} und yp_{t+1} nur von $t = 2$ bis $T - 2$ summiert werden kann.

Angewendet auf das schweizerische BIP resultiert aus dem HP-Filter die in Grafik 1 gezeigte Dekomposition in Trend (= Potentialoutput) und Zyklus (= Output Gap).³

Grafik 1: Potentialoutput, BIP und Output Gap in Prozent gemäss HP-Filter ($\lambda = 1600$)

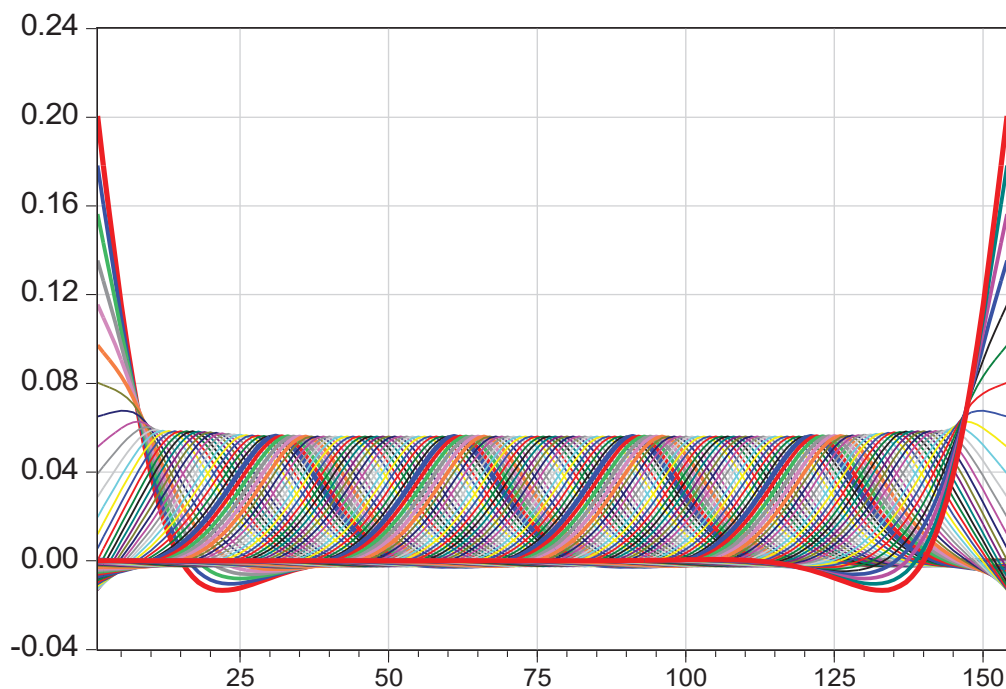


2.1 Das Problem der Randwert-Instabilität

Das Minimierungsproblem (1) hat eine einfache mathematische Lösung: Der Trendwert für Periode t ergibt sich als gewichtetes gleitendes Mittel der Beobachtungswerte. Grafik 2 zeigt das Gewichtungsschema für eine Quartalsreihe mit 154 Beobachtungen (z.B. 1980q1 bis 2019q2). Der Beobachtungswert von Periode t geht mit einem Gewicht von knapp 0.06 in den Trendwert von Periode t ein, und vorausgehende ($t-1, t-2, \dots$) und nachfolgende ($t+1, t+2, \dots$) Beobachtungswerte werden mit zunehmendem Abstand zu t symmetrisch schwächer gewichtet. Gegen den Anfang ($t = 1$) und das Ende ($t = T$) der Originalreihe hin fehlen aber vorausgehende bzw. nachfolgende Werte. Die Trendberechnung wird somit zunehmend asymmetrisch, basiert also am Reihenende T nur noch auf Beobachtungswerten für $T, T-1, T-2, \dots$. Dadurch steigt das Gewicht der ersten und letzten Beobachtungen stark an. Der letzte Beobachtungswert erscheint mit einem Gewicht von 0.2 im Trendwert. Dies hat zur Folge, dass der Trend gegen das Reihenende T hin stark zur Originalreihe tendiert, was als "endpoint bias" bezeichnet wird. Wenn dann die fehlende Information in Form von Beobachtungen für $T+1, T+2, \dots$ hinzukommt, wird der Filter bezüglich des Trendwertes in Periode T wieder symmetrisch. Dadurch können sich starke Verschiebungen im Trend (Potentialoutput) und gegenläufig dazu in der zyklischen Komponente (Output Gap) ergeben. Dabei handelt es sich um die sogenannte Randwert-Instabilität.

³ Gefiltert wurde das logarithmierte BIP ($y_t = \text{LOG}(\text{BIP})$). Der resultierende Trend ist für die Darstellung in Grafik1 "entlogarithmiert", d.h. $\text{Potentialoutput} = \exp(\gamma p_t)$. Der Output Gap ist als prozentuale Abweichung des BIP vom Potentialoutput ausgedrückt.

Grafik 2: Gewichtungsschema des HP-Filters (154 Quartalswerte)

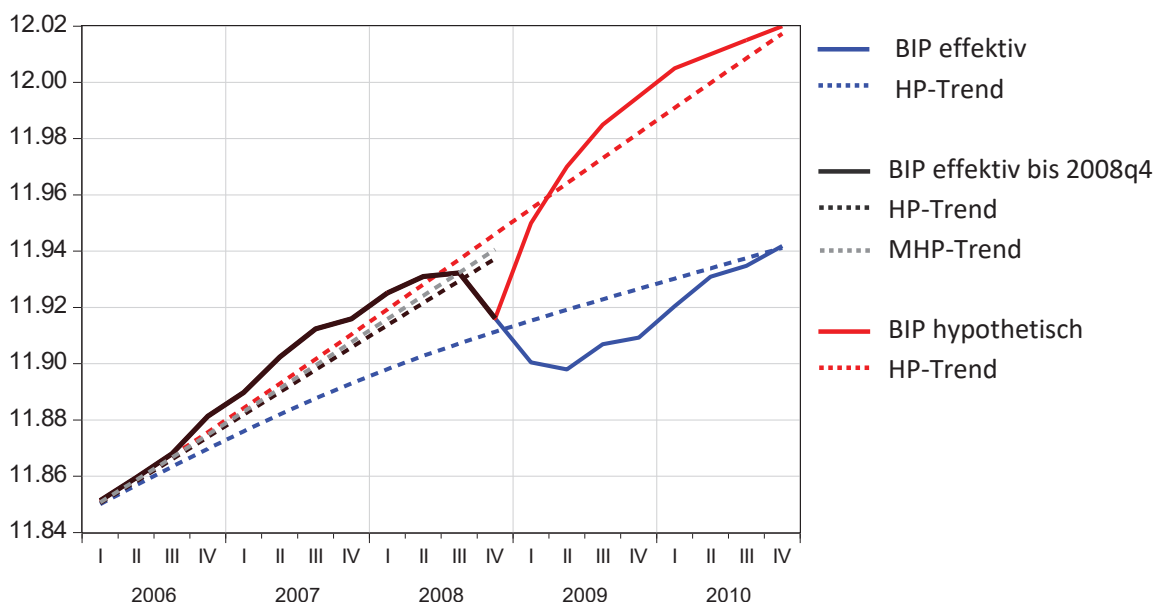


In einer Untersuchung zuhanden der Eidgenössischen Finanzverwaltung befasste sich Bruchez (2003) mit dieser Problematik. Ausgehend von der Feststellung, dass der Trend am Reihenende und am Reihenanfang gewissermassen zu wenig geglättet wird, schlägt er vor, den Glättungsparameter λ für die letzten zwei und die ersten zwei Beobachtungen um die Faktoren 1.5 bzw. 3 zu erhöhen: $\lambda_t = \lambda$ für $t = 3$ bis $T-2$, $\lambda_t = 1.5 \cdot \lambda$ für $t = 2$ und $t = T-1$, $\lambda_t = 3 \cdot \lambda$ für $t = 1$ und $t = T$. Auf diese Weise wird das Gewicht des Glättungsterms (zweite Quadratsumme in (1)) zulasten der Trendabweichungen (erste Quadratsumme in (1)) an beiden Reihenenden erhöht. Mit diesem modifizierten HP-Filter (MHP-Filter) bewegt sich der Trend am Anfang und Ende der Reihe weniger stark auf die Originalwerte zu. Die Verminderung des "endpoint bias" wird allerdings mit einer Phasenverschiebung erkauft.

Grundlegender leidet der Ansatz von Bruchez darunter, dass nicht klar zwischen dem "endpoint bias" und der Randwert-Instabilität unterschieden und damit suggeriert wird, die Verringerung des "endpoint bias" führe automatisch zu einer Entschärfung der Randwert-Instabilität. Zwar liegt beiden Problemen der Umstand zugrunde, dass am Reihenende T keine nachfolgenden Beobachtungswerte verfügbar sind. Die Verminderung des "endpoint bias" im MHP-Filter basiert aber ausschliesslich auf einer Umgewichtung der Dateninformation bis zur Periode T , während sich die Randwert-Instabilität darin manifestiert, dass ein bis zur Periode T berechneter Trend Revisionen unterliegt, wenn Beobachtungen für $T+1$, $T+2$... dazukommen. Wie stabil der Trend ist, zeigt sich folglich erst im Nachhinein bzw. kann in rollenden Schätzungen eruiert werden, indem ein bis zur Periode T berechneter Trend mit Trendberechnungen auf erweiterter Datenbasis verglichen wird. Mit Änderungen des Gewichtungsschemas am Reihenende lässt sich zwar die Tendenz des Trends zu den Originalwerten vermindern. Ob der so ermittelte Trendwert nachträglich weniger stark revidiert werden muss, ist aber fraglich.

Grafik 3 dient zur Illustration dieser Punkte. Blau eingetragen sind die effektive BIP-Entwicklung (logarithmiert) und der entsprechende HP-Trend. Den beiden roten Kurven liegt die hypothetische Annahme zugrunde, das BIP wäre nach 2008q4 nicht weiter gesunken, sondern rasch wieder angestiegen. Schwarz markiert sind die BIP-Entwicklung bis 2008q4 und der bis zu diesem Zeitpunkt berechnete HP-Trend. Zum Vergleich ist der ebenfalls mit Daten bis 2008q4 berechnete MHP-Trend eingezeichnet (grau-gestrichelt). Der BIP-Rückgang von 2008q4 zieht den MHP-Trend weniger stark nach unten als den HP-Trend (verminderter "endpoint bias"). Hätte sich das BIP nach 2008q1 rasch erholt (rot), so würde der Endpunkt des MHP-Trends näher beim definitiven (mit allen Beobachtungen berechneten) Trend liegen, müsste also nachträglich weniger nach oben revidiert werden. Der effektive BIP-Verlauf (blau) zieht den definitiven Trend aber weiter nach unten, so dass der bis 2008q4 berechnete MHP-Trend stärker davon abweicht als der HP-Trend und in der Folge stärker nach unten revidiert werden muss. In der Ende 2008 vorliegenden Situation verschärft also der MHP-Filter die Randwert-Instabilität, anstatt sie zu entschärfen.

Grafik 3: HP und MHP-Trend für das logarithmierte BIP (Erläuterung im Text)



Dieses Beispiel lässt sich wie folgt verallgemeinern. Vom verminderten "endpoint bias" des MHP-Trends kann man sich eine verminderte Randwert-Instabilität versprechen, wenn die Originalreihe eine hohe kurzfristige Volatilität aufweist. Bei persistenten, stark autokorrelierten Bewegungen der Originalreihe kann aber die Tiefengewichtung der letzten Beobachtungen eine erhöhte Randwert-Instabilität zur Folge haben. Die rollenden Schätzungen in Abschnitt 2.2 zeigen, dass dies tatsächlich der Fall ist. Dieses Ergebnis muss für die von Bruchez im Zusammenhang mit der Schuldenbremse betrachtete Jahresreihe des BIP nicht zutreffen, denn diese ist naturgemäss weniger autokorreliert als die Quartalsreihe.

Neben dem Ansatz von Bruchez gibt es diverse weitere Versuche, den HP-Filter zu verbessern. Das Papier von Hanif et al. (2017) gibt eine Übersicht. Solange sie bei univariaten Filtern verharren, vermögen all diese Versuche nicht wirklich zu überzeugen, weil dem Problem der am Reihenende fehlenden Information über die *nachfolgende* Entwicklung mit Modifikationen des Gewichtungsschemas

innerhalb der Zeitreihe nicht beizukommen ist. Ein mehr pragmatisches Verfahren, das z.B. im Rahmen der Schuldenbremse praktiziert wird, besteht darin, die Originalreihe vorgängig zur HP-Filterung mit Prognosewerten zu erweitern. Zur Stabilität des Trends trägt dieses Verfahren aber offensichtlich nur dann bei, wenn die Prognose zumindest näherungsweise eintrifft.⁴

2.2 Darstellung des HP-Filters als univariates State-Space-Modell – Modell SS_HP

In nächsten Abschnitt werden verschiedene Versionen multivariater State-Space-Modelle präsentiert und hinsichtlich der Randwert-Instabilität und anderer Kriterien mit dem HP-Filter verglichen. Um diese Vergleiche transparent zu machen, wird der HP-Filter als Referenzmodell für die nachfolgenden Erweiterungen ebenfalls in State-Space-Form dargestellt.

Ein State-Space-Modell besteht aus State-Gleichungen, die den nicht direkt beobachtbaren "Systemzustand" beschreiben, und Beobachtungsgleichungen (auch Signalgleichungen genannt), welche die latenten State-Variablen auf Beobachtungsvariablen abbilden. Der HP-Filter lässt sich in ein einfaches State-Space-Modell mit zwei State-Gleichungen und einer Beobachtungsgleichung überführen:

Modell SS_HP

$$yp_t = yp_{t-1} + g_{t-1} \quad (S1)$$

$$g_t = g_{t-1} + \varepsilon_t^g \quad \varepsilon_t^g \sim N(0, \sigma_g^2) \quad \sigma_g^2 = e^\theta \quad (S2)$$

$$y_t = yp_t + \varepsilon_t^y \quad \varepsilon_t^y \sim N(0, \sigma_y^2) \quad \sigma_y^2 = \lambda \sigma_g^2 \quad (B1)$$

$$gap_t = \varepsilon_t^y \quad (R)$$

Die State-Gleichung S1 bestimmt den Potentialoutput yp_t . Dessen Wachstumsrate g_t ist in Gleichung S2 als Random-Walk modelliert; je nach der Realisation des Schockterms ε_t^g wird g_t gegenüber der Vorperiode nach oben oder nach unten getrieben. Die Beobachtungsgleichung B1 verknüpft den latenten Potentialoutput yp_t mit y_t , dem logarithmierten BIP. Der Fehlerterm ε_t^y entspricht dem Output Gap. Gleichung R ist eigentlich redundant; sie dient lediglich dazu, den Output Gap explizit im Modell erscheinen zu lassen. Dass das Potentialwachstum in Gleichung S1 mit einem Lag erscheint, mag etwas

⁴ Der "endpoint-bias" und die Randwert-Instabilität von Filterverfahren lassen sich auch am einfachen Beispiel eines gleitenden Mittels $g_t = (y_{t+1} + y_t + y_{t-1})/3$ illustrieren. Für die Berechnung von g_t fehlt am Reihenende der Wert für y_{t+1} . Berechnet man den Trendwert am Reihenende asymmetrisch als $g_t = (y_t + y_{t-1})/2$, so resultiert daraus eine verstärkte Tendenz zum letzten Originalwert, denn dieser geht mit einem Gewicht von 1/2 anstatt 1/3 in g_t ein ("endpoint bias"). Dabei ist implizit angenommen $y_{t+1} = (y_t + y_{t-1})/2$. Alternativ kann man das gleitende Mittel am Reihenende symmetrisch unter Verwendung eines Prognosewertes für y_{t+1} berechnen. Welche Annahme für y_{t+1} man auch trifft, sie wird sich nach Bekanntwerden von y_{t+1} meistens als falsch erweisen, so dass es nachträglich zu Trendrevisionen kommt (Randwert-Instabilität). Beide Probleme lassen sich ausschalten, indem man das gleitende Mittel zum Vorneherein asymmetrisch als $g_t = (y_t + y_{t-1} + y_{t-2})/3$ ansetzt. Damit bleiben die Gewichte der drei Beobachtungswerte unverändert (kein "endpoint bias"), und g_t ändert sich nicht, wenn ein neues y_{t+1} hinzukommt (keine Randwert-Instabilität). Dafür nimmt man aber eine störende Phasenverschiebung in Kauf.

seltens erscheinen. Dies ist ein technisches Erfordernis der rekursiven Aufdatierung der State-Variablen mit dem Kalman-Filter und nicht weiter störend; es ist einfach zu beachten, dass es sich bei g_{t-1} um das Potentialwachstum der Periode t handelt. Wie stark die Beobachtungswerte y_t die State-Variablen yp_t und g_t beeinflussen, hängt vom Varianzverhältnis $\lambda = \sigma_y^2 / \sigma_g^2$ ab. Setzt man λ auf einen bestimmten Wert, so reproduziert die Modellschätzung exakt den aus der Minimierung von (1) resultierenden HP-Trend. Je höher λ festgelegt wird, desto träger reagiert das Potentialwachstum auf die Beobachtungswerte für das BIP und umso stärker variiert der Output Gap. Einen Grenzfall stellt die Annahme $\sigma_g^2 = 0$ dar. Unter dieser Restriktion, die man durch ein hohes λ beliebig nahe approximieren kann, bleibt das Potentialwachstum g_t über die Zeit konstant, so dass der logarithmierte Potentialoutput yp_t einem linearen Trend folgt.

Zur Schätzung dieses Modells (und auch aller nachfolgenden State-Space-Modelle) wird ein Verfahren verwendet, das den Kalman-Filter in eine iterative Maximierung der Likelihood-Funktion des Modells integriert (Van den Bossche, 2011). Der erste Schritt besteht darin, für vorgegebene Startwerte der Parameter die State-Variablen mit dem Kalman-Filter aufzudatieren und anhand der resultierenden Fehlerterme der Beobachtungsgleichungen den Likelihood-Wert zu berechnen. In den nachfolgenden Iterationen werden die Parameterwerte schrittweise in Richtung des Gradienten verändert, bis die Fehlerterme der Beobachtungsgleichungen einem Maximum der Likelihood-Funktion entsprechen. Zur Maximierung der Likelihood-Funktion wird der in EViews implementierte Broyden–Fletcher–Goldfarb–Shanno (BFGS) Algorithmus herangezogen.

Im Unterschied zu erweiterten State-Space-Modellen enthält das hier betrachtete Modell nur eine Beobachtungsgleichung und – bei festgelegtem λ – nur einen zu schätzenden Parameter, die Varianz des Trendwachstums σ_g^2 . Diese Varianz wird, wie in State-Space-Modellen üblich, in der Form

$$\sigma_g^2 = e^\theta$$

geschätzt. Damit wird sichergestellt, dass σ_g^2 zwar beliebig klein (für stark negative Werte von θ), aber nicht negativ werden kann. Die Varianz des Output Gap ist dann durch

$$\sigma_y^2 = \lambda \sigma_g^2 = 1600 \sigma_g^2$$

gegeben.

Da die Datenlage für verschiedene der nachfolgenden Modellerweiterungen Schätzungen erst ab 1990q1 zulässt, wird der Schätzzeitraum auch hier auf 1990q1-2019q2 eingeschränkt. Die Maximum-Likelihood-Schätzung ergibt für θ einen Wert von -16.184 (Tabelle 1). Daraus folgt: $\sigma_g^2 = 9.36E-08$ und $\sigma_g = 0.00031$, d.h. die Standardabweichung des quartalsmässigen Potentialwachstums beträgt rund 0.03 Prozentpunkte. Die um den Faktor 1600 grössere Varianz des Output Gap σ_y^2 beträgt 0.00015, was einer Standardabweichung des Output Gap von $\sigma_y = 0.0122$ oder rund 1.2 Prozentpunkten entspricht.

Wie Grafiken 4a, b und c zeigen, ist die Schätzunsicherheit insbesondere am Reihenanfang und am Reihende beträchtlich. Die Punktschätzung für den Output Gap in 2019q2 ist leicht negativ, der 95%-Vertrauensbereich schliesst aber Werte zwischen +1.8 und -2.3 Prozent ein. Die rollenden Berechnungen (Grafiken 4d, e und f) erweitern den Stützbereich der Schätzung sukzessive von 1990q1-2004q1, 1990q1-2004q2, ... bis 1990q1-2019q2. Die Endpunkte der 62 grünen Linien zeigen, wie man die Situation am jeweiligen Reihende eingeschätzt hätte. Anfang 2008 beispielsweise liegt das BIP leicht

über dem Randwert des Potentialoutput. Entsprechend ist der Output Gap mit etwa 0.8 Prozent leicht positiv. Mit dem Dazukommen weiterer Datenpunkte verschiebt sich der Potentialoutput aber immer weiter nach unten, so dass Anfang 2008 schliesslich ein viel grösserer Output Gap von 3 Prozent angezeigt wird. Umgekehrt ergeben sich Anfang 2009 zunächst stark negative Randwerte des Output Gap, die sich nachträglich aufgrund tieferer Werte des Potentialoutput verkleinern. Das Potentialwachstum liegt Anfang 2008 bei sehr hohen 3.4 Prozent, fällt dann aber mit dem Hinzukommen weiterer Beobachtungen auf rund 2 Prozent. Seit 2010 tritt die Randwert-Instabilität dank der ruhigeren BIP-Entwicklung weniger stark in Erscheinung.

Tabelle 1: HP-Filter in State-Space-Form - Modell SS_HP

Sample: 1990Q1 2019Q2

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
θ	-16.18440	0.104491	-154.8887	0.0000
Log likelihood	332.0334	Akaike info criterion	-5.610736	
Parameters	1	Schwarz criterion	-5.587256	
Variance σ_y^2 (signal y_t)	0.000150	(= $\lambda\sigma_g^2$)		
Variance σ_g^2 (Trend Growth)	9.36E-08	(= e^θ)		
Std.error GAP at endpoint	0.01039			
Root-mean-square errors (rolling estimation)				
	RMSE	Std.deviation	RMSE/Std.deviation	
Output Gap	0.01078	0.01051	1.02616	
Potential Growth	0.00160	0.00178	0.89965	

Die Randwert-Instabilität lässt sich anhand der Abweichungen der Randwerte (Endpunkte der grünen Linien) von der "definitiven" Schätzung (Daten von 1990q1 bis 2019q2, blaue Linie) als "Root-Mean-Square Error" ausdrücken (Tabelle 1).⁵ Für den Output Gap beträgt der RMSE 1.078 Prozentpunkte. Der Output Gap wird also im Durchschnitt in einem Ausmass falsch eingeschätzt, das etwas grösser ist als die Standardabweichung des definitiven geschätzten Output Gap von 1.039 Prozentpunkten am heutigen aktuellen Rand.⁶

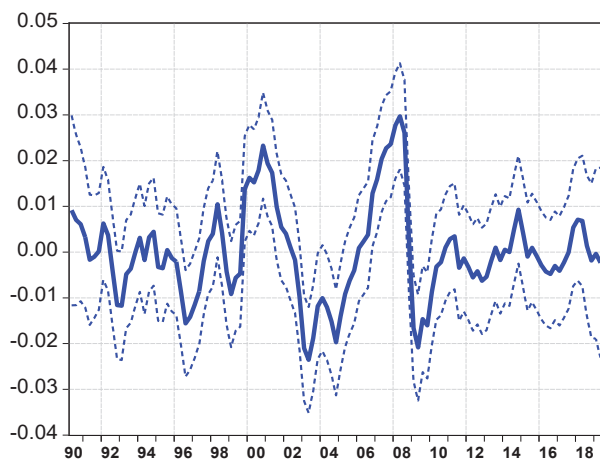
⁵ $RMSE = \sqrt{\sum_{i=1}^N (R_i - E_i)^2 / N}$ R_i : Randwerte, E_i : Endwerte, $i = 1$: 2004q1 bis $i = N$: 2018q4.

⁶ Zwischen den Variablen des Modells bestehen definitorische Beziehungen. Ist der Potentialoutput bestimmt, so ist damit als Differenz zum BIP auch der Output Gap und als Differenz zur Vorperiode das Potentialwachstum gegeben. Die in Tabelle 1 (und den nachfolgenden Tabellen für die erweiterten Modelle) ausgewiesenen Werte für den Standardfehler und den RMSE des Output Gap gelten somit auch für den Potentialouput. Separat ausgewiesen wird der RMSE des Potentialwachstums, weil dieser nicht mit dem RMSE des Potentialoutput und des Output Gap identisch ist.

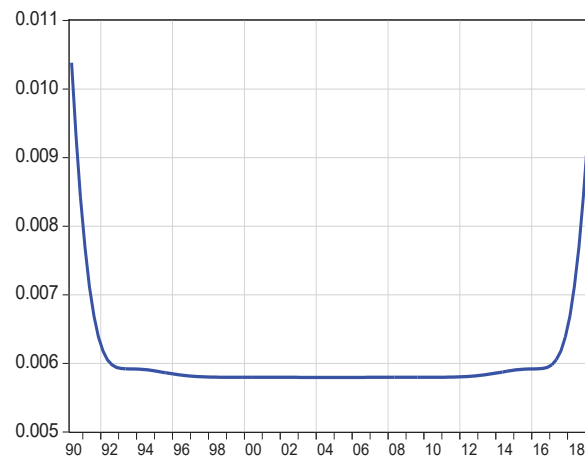
Grafik 4: Potentialoutput, Potentialwachstum und Output Gap gemäss HP-Filter

(Rollende Schätzungen 1990q1-2004q1, 1990q1-2004q2, ... 1990q1-2019q2, Panel d, e und f)

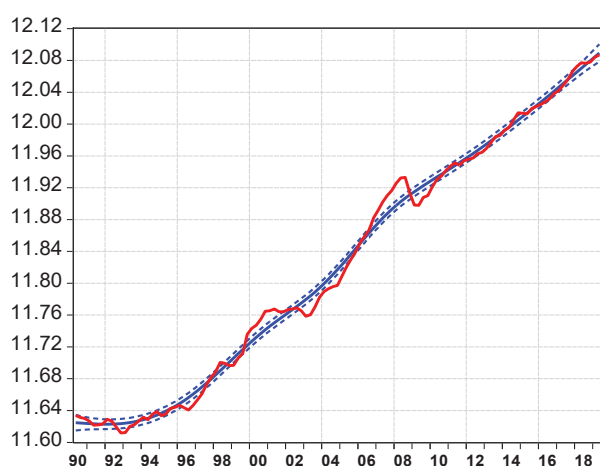
a) Output Gap (95%-Vertrauensintervall)



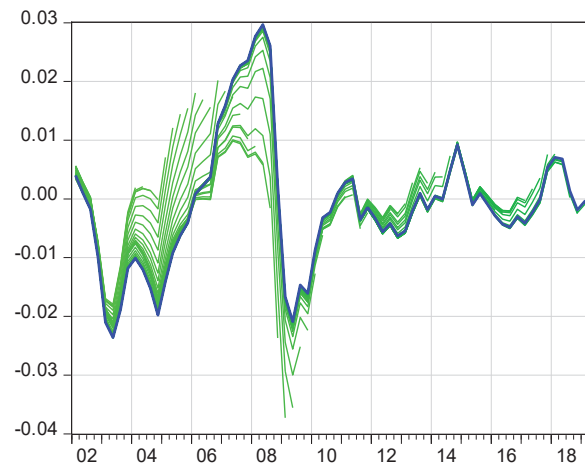
b) Standardfehler des Output Gap



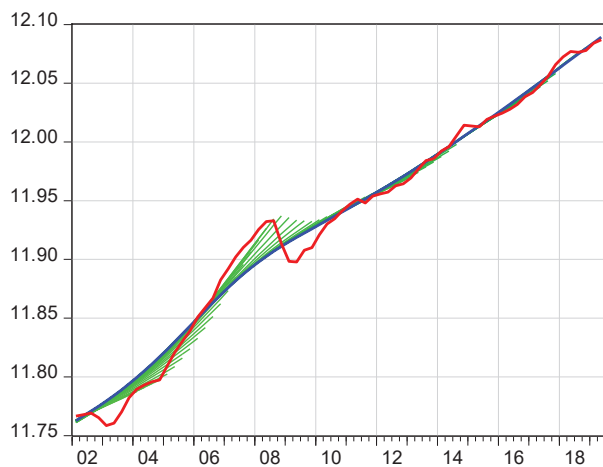
c) Potentialoutput (95%-Vertrauensintervall) und BIP



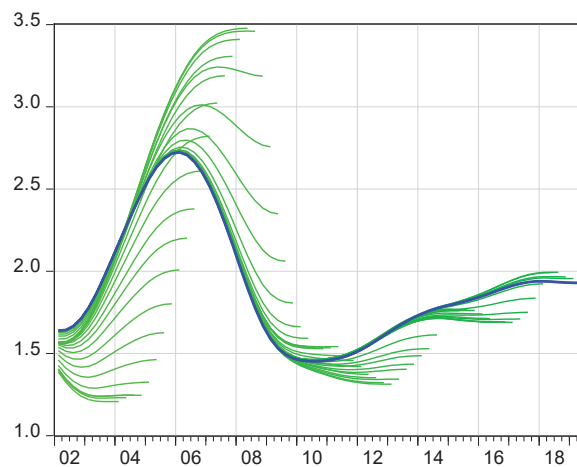
d) Output Gap, rollend



e) Potentialoutput, rollend



f) Potentialwachstum (in %, annualisiert), rollend



Wird das Modell SS_HP unrestringiert geschätzt, so ergibt sich – wie von Hamilton (2017) moniert - ein Varianzverhältnis σ_y^2/σ_g^2 , das viel kleiner ist als die im HP-Filter übliche Annahme $\lambda = \sigma_y^2/\sigma_g^2 = 1600$. Das Potentialwachstum wird extrem volatil (erhöhtes σ_g^2), und der Trend schaltet nur noch die ganz kurzfristigen Ausschläge des BIP aus, so dass der Output Gap mit hoher Frequenz eng um die Nulllinie fluktuiert (stark vermindertes σ_y^2). Vergewenwärtigt man sich das der Schätzung zugrunde liegende Maximum-Likelihood-Kriterium, so wird rasch klar, wie dieses ökonomisch unsinnige Ergebnis zustande kommt: Lässt man in der State-Gleichung S2 für das Potentialwachstum eine hohe Varianz zu, so wirkt sich dies – isoliert betrachtet - zwar negativ auf die Likelihood-Funktion aus. Mit einem volatilen Potentialwachstum kann aber dafür gesorgt werden, dass der Potentialoutput sehr eng dem BIP folgt. Damit kann die Fehlervarianz der Beobachtungsgleichung B1 fast zum Verschwinden gebracht werden, was den Likelihood-Wert vergleichsweise stark erhöht. Mit der im HP-Filter getroffenen Annahme zum Varianzverhältnis λ wird verhindert, dass die Maximierung der Likelihood-Funktion (bzw. die Minimierung von (1)) diesen Punkt im Parameterraum ansteuert. In diesem Zusammenhang ist weiter zu beachten, dass sich Gleichung B1 grundlegend von Beobachtungsgleichungen in erweiterten State-Space-Modellen unterscheidet. Wenn z.B. der Output Gap mit der Inflation verknüpft wird, ist in der betreffenden Beobachtungsgleichung eine kleine Fehlervarianz erwünscht, weil damit die Relevanz der Gleichung unterstrichen wird. Demgegenüber soll aber der Potentialoutput in Gleichung B1 eben gerade nicht möglichst eng dem volatilen BIP folgen. Es ist also zum Vorneherein klar, dass man dem statistisch konzipierten HP-Filter gewissermassen von aussen ein ökonomisch begründetes Varianzverhältnis vorgeben muss, um eine sinnvolle Trendglättung zu erhalten. Die Kritik von Hamilton an der nicht datenkompatiblen Annahme des HP-Filters zu λ erscheint vor diesem Hintergrund wenig überzeugend.

Fazit

Da es sich beim HP-Filter um ein rein zeitreihenanalytisches Verfahren handelt, ist die Gleichsetzung des HP-Trends mit dem ökonomischen Konzept des Potentialoutput grundsätzlich problematisch. Dazu kommt, dass die Festlegung des für die Dekomposition in Trend und Zyklus ausschlaggebenden Glättungsparameters λ kontrovers ist. Das Hauptproblem besteht jedoch darin, dass der HP-Trend am aktuellen Rand den Charakter einer vorläufigen Berechnung hat, die sich spürbar ändern kann, sobald weitere Datenpunkte zur Verfügung stehen. Retrospektiv fällt dieses Problem der Randwert-Instabilität weniger ins Gewicht, so dass der als Abweichung des BIP vom HP-Trend berechnete Output Gap ein adäquates Bild der Konjunkturgeschichte vermitteln mag. An dem für konjunkturpolitische, fiskalpolitische und geldpolitische Entscheidungen relevanten aktuellen Rand sind die aus dem HP-Filter resultierenden Masse für den Potentialoutput und den Output Gap jedoch sehr revisionsanfällig.

3. Multivariate Filter in "State-Space"-Form

Multivariate Modelle beziehen neben dem BIP weitere beobachtbare Variablen in die Schätzung ein. Dabei handelt es sich meist um Variablen, von denen man annehmen kann, dass sie mit dem nicht direkt beobachtbaren Output Gap korreliert sind, also z.B. Umfragedaten zur industriellen *Kapazitätsauslastung*, die *Arbeitslosenquote* (Okun's-Law), die *Inflationsrate* (Phillips-Kurve) und die *Investitionsquote* (Anteil der Investitionen am BIP). Von derartigen Erweiterungen der Informationsbasis kann man sich eine erhöhte ökonometrische Stabilität der Berechnungen versprechen. Ob damit das Potentialwachstum und der Output Gap auch in einem ökonomischen Sinn realistischer bestimmt werden, ist indessen nicht garantiert. So bezieht sich z.B. die von der KOF/ETH erhobene Kapazitätsauslastung auf den Industriesektor und nicht auf die Gesamtwirtschaft. Es ist somit nicht auszuschliessen, dass eine Konditionierung des Modells auf diese Variable den Output Gap als Mass für den gesamtwirtschaftlichen Auslastungsgrad gegenüber dem einfachen HP-Filter in einer unrealistischen Weise beeinflusst. Auch der Informationsgehalt der Arbeitslosenquote bezüglich der Entwicklung des Output Gap kann hinterfragt werden, denn die Arbeitslosenquote misst nur die Auslastung des Faktors Arbeit, was nicht mit der Auslastung der gesamtwirtschaftlichen Produktionskapazität gleichzusetzen ist. Beim Einbezug der Inflationsrate ist zu überlegen, welches Inflationsmass verwendet werden soll und wie der von der Phillips-Kurve repräsentierte Zusammenhang zwischen Inflation und Output Gap genau zu spezifizieren ist. Die Investitionsquote kann neben dem Output Gap von anderen Faktoren wie z.B. sich ändernden Zukunftserwartungen oder Veränderungen im regulatorischen Umfeld beeinflusst werden.

Das umfassendste aller im Folgenden betrachteten State-Space-Modelle wird mit SS_ALL bezeichnet. Es erweitert die vorstehend präsentierte State-Space-Formulierung des HP-Filters (Modell SS_HP) um vier Beobachtungsgleichungen, die den Output Gap auf die industrielle Kapazitätsauslastung, die Arbeitslosenquote, die Inflationsrate und die Investitionsquote konditionieren:

Modell SS_ALL

$$yp_t = yp_{t-1} + g_{t-1} \quad (S1)$$

$$g_t = g_{t-1} + \varepsilon_t^g \quad \varepsilon_t^g \sim N(0, \sigma_g^2) \quad \sigma_g^2 = e^{\theta_1} \quad (S2)$$

$$y_t = yp_t + \varepsilon_t^y \quad \varepsilon_t^y \sim N(0, \sigma_y^2) \quad \sigma_y^2 = \lambda \sigma_g^2 \quad (B1)$$

$$gap_t = \varepsilon_t^y \quad (R)$$

$$duc_t = \beta_1 + \beta_2 gap_t + \varepsilon_t^{duc} \quad \varepsilon_t^{duc} \sim N(0, \sigma_{duc}^2) \quad \sigma_{ur}^2 = e^{\theta_2} \quad (B2)$$

$$ur_t = \beta_3 + \beta_4 gap_t + \varepsilon_t^{ur} \quad \varepsilon_t^{ur} \sim N(0, \sigma_{ur}^2) \quad \sigma_{ur}^2 = e^{\theta_3} \quad (B3)$$

$$p_t = \beta_5 + \beta_6 p_{t-4} + \beta_7 t + \beta_8 gap_t + \varepsilon_t^p \quad \varepsilon_t^p \sim N(0, \sigma_p^2) \quad \sigma_p^2 = e^{\theta_4} \quad (B4)$$

$$ir_t = \beta_9 + \beta_{10} t + \beta_{11} gap_t + \varepsilon_t^{ir} \quad \varepsilon_t^{ir} \sim N(0, \sigma_{ir}^2) \quad \sigma_{ir}^2 = e^{\theta_5} \quad (B5)$$

HP-Filter

Gleichungen S1, S2, B1 und R entsprechen dem HP-Filter. Gleichungen B2 bis B5 sind die zusätzlichen Beobachtungsgleichungen. Gleichung B2 bildet den Output Gap (gap_t) auf die industrielle Kapazitätsauslastung (duc_t) ab. Gleichungen B3, B4 und B5 verknüpfen den Output Gap mit der Arbeitslosenquote (ur_t) bzw. der Inflationsrate (p_t) bzw. der Investitionsquote (ir_t). Die Fehlervarianzen werden in Form der θ 's geschätzt. Damit eine direkte Vergleichbarkeit mit dem HP-Filter gegeben ist, wird das Varianzverhältnis $\lambda = \sigma_y^2 / \sigma_g^2$ auf 1600 fixiert.⁷ Bei den β 's handelt es sich um die Schätzparameter der Beobachtungsgleichungen. Da der Output Gap gap_t konzeptionell als stationär zu betrachten ist, die Inflationsrate p_t und die Investitionsquote ir_t im Schätzzeitraum jedoch eine sinkende bzw. steigende Tendenz aufweisen, werden in den Gleichungen B4 und B5 Zeittrends zugelassen. Weiter ist zu vermuten, dass die Inflation dynamisch verzögert auf den Output Gap reagiert. Die AR(1)-Spezifikation der Gleichung B4 ist in dieser Hinsicht flexibel: Für β_6 sind Werte zwischen 0 und 1 denkbar. Der Grenzfall $\beta_6 = 0$ würde implizieren, dass die Inflation unverzögert auf den Output Gap reagiert. Der Grenzfall $\beta_6 = 1$ würde implizieren, dass nicht die Inflation, sondern die Abweichung der Inflation gegenüber ihrem Vorperiodenwert vom Output Gap getrieben wird.

Während für duc_t als einziges Mass die in der KOF/ETH-Umfrage erhobene industrielle Kapazitätsauslastung DUC zur Verfügung steht, können die anderen drei Beobachtungsvariablen in verschiedener Weise gemessen werden:⁸

ur_t :	URSECO	Arbeitslosenquote (SECO)
	URSSU	Quote der Stellensuchenden (SECO)
	URILO	Erwerbslosenquote nach ILO-Standard (BFS)
	URMOD	Arbeitslosenquote aus "Rekrutierungsschwierigkeiten" (BFS) abgeleitet
p_t :	PCI	Vorjahreststeuerung der Konsumentenpreise (LIK)
	PGDP	Vorjahreststeuerung gemessen am BIP-Deflator
	PTRIM	Vorjahreststeuerung gemessen als "Trimmed Mean" (SNB) ⁹
ir_t :	IIR1	Anteil der Ausrüstungsinvestitionen am BIP
	IR2	Anteil der Ausrüstungs- und gewerblich-industriellen Bauinvestitionen am BIP
	IR3	Anteil der gesamten Anlageinvestitionen ohne Wohnbau am BIP

⁷ Da der Output Gap im Unterschied zum einfachen HP-Filter auf zusätzliche Beobachtungsreihen konditioniert ist und damit eine Tendenz von σ_y^2 gegen Null ausgeschlossen wird, könnte versuchsweise auch eine freie Schätzung von λ in Betracht gezogen werden.

⁸ Alle Zeitreihen wurden – sofern notwendig – saisonbereinigt.

⁹ Das von der SNB berechnete "Trimmed Mean" bezieht sich auf die Vorjahreststeuerung der Konsumpreise (LIK) und schliesst in jeder Periode symmetrisch die 15% der Güter mit dem jeweils höchsten und tiefsten Preisanstieg aus. Im Unterschied dazu werden in der vom BFS berechneten Kernteuerung immer die gleichen Komponenten ausgeschlossen. Bei der Kerninflation 1 sind dies die Preise für Energie und Nahrungsmittel, bei der Kerninflation 2 zusätzlich die administrierten Preise. Die BFS-Kernteuerung wird erst seit Mai 2000 publiziert und kommt deshalb für die Modellschätzung nicht in Betracht.

Da sich aus den vier Beobachtungsgleichungen 16 unterschiedliche Kombinationen bilden lassen, ergeben sich zusammen mit der Wahl der Messreihen 160 Möglichkeiten, das Modell empirisch zu implementieren. In Abschnitt 3.5 werden all diese Versionen hinsichtlich des Standardfehlers und des RMSE des Output Gap miteinander verglichen.

In einem ersten Schritt ist es jedoch sinnvoll, die Eignung der verschiedenen Messreihen einzeln zu untersuchen, indem von den Beobachtungsgleichungen B3, B4 bzw. B5 nur je eine in das Modell aufgenommen wird. Handelt es sich dabei z.B. um Gleichung B3, so wird in diesem vereinfachten Rahmen im Sinn einer Voruntersuchung abgeklärt, welches der vier Masse für ur_t sich am besten als konditionierende Variable für den Output Gap eignet. Beurteilungskriterien dafür sind:

- (a) Die Fehlervarianz der Beobachtungsgleichung.
- (b) Die Korrelation des aus dem Modell resultierenden Output Gap mit der Beobachtungsvariablen.
- (c) Die Korrelation des aus dem Modell resultierenden Output Gap mit dem HPGAP.
- (d) Der Standardfehler bzw. die Breite des 95%-Vertrauensbereichs des geschätzten Output Gap.
- (e) Die in rollenden Schätzungen als RMSE gemessene Randwert-Instabilität.

Eine kleine Fehlervarianz (a) und eine hohe Korrelation mit dem aus dem Modell resultierenden Output Gap (b) sprechen für eine stark konditionierende Rolle der betreffenden Messreihe. Dies kann dazu führen, dass der Output Gap spürbar vom HPGAP abweicht, was sich in einer tiefen Korrelation (c) äussert. In diesem Fall deuten die konditionierenden Variablen darauf hin, dass der HP-Filter kein adäquates Bild des Output Gap vermittelt. Wie bereits vorstehend erwähnt, trifft dies allerdings nur dann zu, wenn die ins Modell eingebaute zusätzliche Beobachtungsreihe für den gesamtwirtschaftlichen Auslastungsgrad tatsächlich repräsentativ ist. Denkbar ist auch der Fall, dass eine Beobachtungsreihe gemäss den Kriterien (a) und (b) stark konditionierend wirkt, den Output Gap jedoch eng dem HPGAP folgen lässt. Die Konditionierung ist damit nicht irrelevant. Vielmehr kann sie dazu beitragen, die Schätzunsicherheit des HP-Filters zu vermindern, was in einem vergleichsweise kleinen Standardfehler des Output Gap (d) und einem kleinen RMSE in den rollenden Schätzungen (e) zum Ausdruck kommt.

In dieser Art wird im Folgenden untersucht, welche der alternativen Messreihen sich in den Gleichungen B3, B4 und B5 am besten bewähren. Bei Gleichung B2 entfällt dieser Vergleich, da für die Kapazitätsauslastung nur eine Messreihe vorliegt. Im diesem Fall beziehen sich die Kriterien (a) bis (e) nur auf den Vergleich mit dem HP-Filter. Die Ergebnisse sind in den Abschnitten 3.1 bis 3.4 dargestellt.

Nach diesen Voruntersuchungen wird das Ausgangsmodell des HP-Filters in unterschiedlichen Kombinationen mit mehreren Beobachtungsgleichungen erweitert, bis hin zum umfassenden Modell SS_ALL. Ob die Resultate der Voruntersuchungen dabei Bestand haben, ist nicht garantiert. Es ist durchaus denkbar, dass eine Messreihe, die in einer isoliert eingeführten Beobachtungsgleichung die beste Wahl darstellt, diesen Status in Kombination mit andern Beobachtungsgleichungen verliert, oder dass eine einzeln ungeeignete Messreihe in Kombination mit anderen Beobachtungsgleichungen besser abschneidet.

Bei der Interpretation der Schätzergebnisse wird es sich als hilfreich erweisen, die Beobachtungsgleichungen B2, B3, B4 und B5 unter Ausschluss ihrer Fehlerterme nach dem Output Gap aufzulösen, den sie einzeln betrachtet implizieren:

$$GAP_DUC_t = (duc_t - \beta_1)/\beta_2 \quad (SB2)$$

$$GAP_UR_t = (ur_t - \beta_3)/\beta_4 \quad (SB3)$$

$$GAP_P_t = (p_t - \beta_5 - \beta_6 p_{t-4} - \beta_7 t)/\beta_8 \quad (SB4)$$

$$GAP_IR_t = (ir_t - \beta_9 - \beta_{10} t)/\beta_{11} \quad (SB5)$$

Man kann diese Umformungen als "Signale" auffassen, die von den einzelnen Messreihen auf den Output Gap ausgehen. Anhand von Grafiken lässt sich so feststellen, auf welche Messreihen die Abweichungen des Output Gap vom HPGAP in bestimmten Phasen zurückzuführen sind. Damit werden die Korrelationsmasse (b) und (c) ökonomisch besser interpretierbar.

Gleichung S2 modelliert das Potentialwachstum analog zum HP-Filter als "random walk". Als Alternative dazu kann man eine veränderte Gleichung S2' in Betracht ziehen, die das Potentialwachstum in Form eines vom Output Gap getriebenen AR(2)-Prozesses darstellt:

$$g_t = \gamma_1 + \gamma_2 g_{t-1} + \gamma_3 g_{t-2} + \gamma_4 gap_{t-1} + \varepsilon_t^g \quad \varepsilon_t^g \sim N(0, \sigma_g^2) \quad \sigma_g^2 = e^{\theta_1} \quad (S2')$$

Diese ökonomisch motivierte Modifikation geht davon aus, dass ein positiver (negativer) Output Gap über eine erhöhte (tiefere) Investitionstätigkeit das Potentialwachstum stimuliert (bremst). Dieses Modell wird mit SS2 bezeichnet. Da es einen gegenüber dem HP-Filter grundlegend veränderten Mechanismus zur Bestimmung des Potentialwachstums unterstellt, wird es separat in Abschnitt 5 besprochen.

3.1 Konditionierung des Output Gap auf die Kapazitätsauslastung – Modell SS_DUC

Wir betrachten zunächst die Erweiterung des HP-Filters um die industrielle Kapazitätsauslastung gemäss KOF/ETH-Umfrage:

$$duc_t = \beta_1 + \beta_2 gap_t + \varepsilon_t^{duc} \quad \varepsilon_t^{duc} \sim N(0, \sigma_{duc}^2) \quad \sigma_{duc}^2 = e^{\theta_2} \quad (B2)$$

Diese Beobachtungsgleichung unterstellt eine lineare Beziehung zwischen der Kapazitätsauslastung duc_t und dem Output Gap gap_t . Da der Output Gap um einen Mittelwert von Null schwankt, sollte der Schätzwert für β_1 ungefähr dem Mittelwert der Kapazitätsauslastung (0.83) entsprechen. Für β_2 ist ein Schätzwert zu erwarten, der grösser als Eins ist, weil der Industriesektor stärkeren Konjunkturschwankungen unterworfen ist als die Gesamtwirtschaft.

Das Modell enthält fünf zu schätzende Parameter, nämlich die beiden β 's und die Fehlervarianzen der Gleichungen S2, B1 und B2. Unter der Restriktion $\sigma_y^2 = \lambda \sigma_g^2$ mit $\lambda = 1600$ reduziert sich die Zahl der zu schätzenden Parameter auf vier. Die Schätzmethode (Integration des Kalman-Filters in eine iterative Maximierung der Likelihood-Funktion des Modells) ist oben in Abschnitt 2.2 skizziert.

Tabelle 2: State-Space Modell SS_DUC

$$duc_t = \beta_1 + \beta_2 gap_t + \varepsilon_t^{duc}$$

Sample: 1990Q1 2019Q2

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
θ_1	-15.02947	0.140149	-107.2394	0.0000
θ_2	-9.778914	0.150222	-65.09643	0.0000
β_1	0.830740	0.006701	123.9698	0.0000
β_2	1.960319	0.066364	29.53871	0.0000
Log likelihood	648.8820	Akaike info criterion	-10.93020	
Parameters	4	Schwarz criterion	-10.83628	
Variance σ_y^2 (signal y_t)	0.000475	(= $\lambda\sigma_g^2$)		
Variance σ_g^2 (Trend Growth)	2.97E-07	(= e^{θ_1})		
Variance σ_{duc}^2 (signal duc_t)	5.66E-05	(= e^{θ_2})		
Std.error gap at endpoint	0.00713			
Correlation gap and signal duc	0.92901			
Correlation gap and HPGAP	0.67624			

Root-mean-square errors (rolling estimation)

	RMSE	Std.deviation	RMSE/Std.deviation
Output Gap	0.00773	0.01168	0.66197
Potential Growth	0.00247	0.00260	0.94806

Die Parameter β_1 und β_2 besagen, dass der Output Gap bei einer Kapazitätsauslastung von 83.07 Prozent gleich Null ist und dass die Schwankungsbreite der Kapazitätsauslastung um den Faktor 1.96 grösser ist als die Schwankungsbreite des Output Gap. Der Fehlerterm ε_t^{duc} der Gleichung weist eine Varianz σ_{duc}^2 von 0.0000566 bzw. eine Standardabweichung σ_{duc} von 0.00752 auf. Die Korrelation zwischen dem Output Gap gap_t und duc_t ist entsprechend hoch (0.929). Der Output Gap ist folglich stark durch die Konditionierung auf duc_t geprägt. Grafik 5 zeigt in Form der grünen Linie den Output Gap, der gemäss Gleichung SB2 von der Kapazitätsauslastung "signalisiert" wird (GAP_DUC). Der aus dem Modell resultierende Output Gap, GAP_SS_DUC, ist weitgehend durch GAP_DUC bestimmt. Durch diese Konditionierung wird der Output Gap im Vergleich zum HPGAP in der Mitte der 1990er Jahre um gut einen Prozentpunkt nach oben und im Jahr 2000 um fast 2 Prozentpunkte nach unten geschoben. Auch vor und nach der Finanzkrise von 2008 zeigen sich grosse Abweichungen. Damit ergibt sich ein Verlauf, der sich deutlich vom HPGAP unterscheidet. Die Korrelation mit dem HPGAP beträgt nur 0.676.

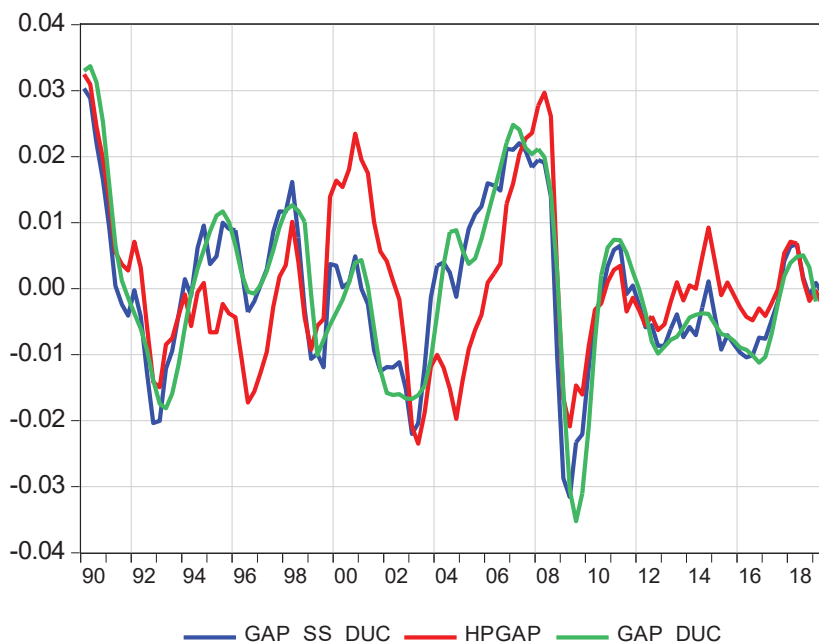
Ob der Output Gap mit der Konditionierung auf industrielle Kapazitätsauslastung realistischer bestimmt wird als vom HP-Filter ist allerdings fraglich, denn die Abweichungen vom HPGAP korrespondieren zumindest teilweise mit den Abweichungen der industriellen von der gesamtwirtschaftlichen Wertschöpfung. Es besteht also Grund zur Annahme, dass der Output Gap durch die Konditionierung auf die industrielle Kapazitätsauslastung gegenüber dem HPGAP in einer Weise ausgelenkt wird, die ökonomisch als Verzerrung zu sehen ist.

Grafik 5: Output Gap - Modell SS_DUC

GAP_SS_DUC: Modell konditioniert auf DUC

HPGAP: HP-Filter

GAP_DUC: Signal gemäss Gleichung SB2



Rein statistisch betrachtet wird die Schätzunsicherheit durch die Konditionierung auf die industrielle Kapazitätsauslastung gegenüber dem HP-Filter gemildert. Wie ein Vergleich von Tabelle 2 mit Tabelle 1 zeigt, geht der Standardfehler des Output Gap am Ende der Schätzperiode (2019q2) von 0.01039 im Modell SS_HP auf 0.00713 im Modell SS_DUC zurück. Auch hinsichtlich der Randwert-Instabilität wird eine Verbesserung erzielt; der in rollenden Schätzungen ermittelte RMSE des Output Gap fällt von 0.01078 im Modell SS_HP auf 0.00773. Andererseits nimmt der RMSE für das Potentialwachstum von 0.00160 auf 0.00247 zu. Dieses Ergebnis wird jedoch dadurch relativiert, dass auch das Potentialwachstum volatiler wird (die Standardabweichung steigt von 0.00178 auf 0.00260), so dass sich das Verhältnis RMSE/Standardabweichung zwischen den Modellen kaum unterscheidet.

Fazit

Die Konditionierung auf die industrielle Kapazitätsauslastung wirkt sich rein statistisch/ökonometrisch betrachtet vorteilhaft aus. Die Schätzunsicherheit wird gegenüber dem HP-Filter deutlich vermindert. Ob damit eine zuverlässigere Bestimmung des gesamtwirtschaftlichen Output Gap erreicht wird, ist indessen zu bezweifeln, weil die Industriekonjunktur nicht mit der gesamtwirtschaftlichen Konjunktur gleichgesetzt werden kann.

3.2 Konditionierung des Output Gap auf die Arbeitslosenquote – Modell SS_UR

In einem nächsten Schritt wird der HP-Filter mit einer Beobachtungsgleichung für die Arbeitslosenquote ur_t erweitert:

$$ur_t = \beta_3 + \beta_4 gap_t + \varepsilon_t^{ur} \quad \varepsilon_t^{ur} \sim N(0, \sigma_{ur}^2) \quad \sigma_{ur}^2 = e^{\theta_3} \quad (B3)$$

Parameter β_3 entspricht der Arbeitslosenquote in einer normalen Konjunkturlage ($gap_t = 0$), und für β_4 ist ein negativer Schätzwert zu erwarten. Hier stellt sich nun die Frage nach dem geeigneten Mass für ur_t . Die vier Kandidaten sind in Grafik 6 dargestellt.

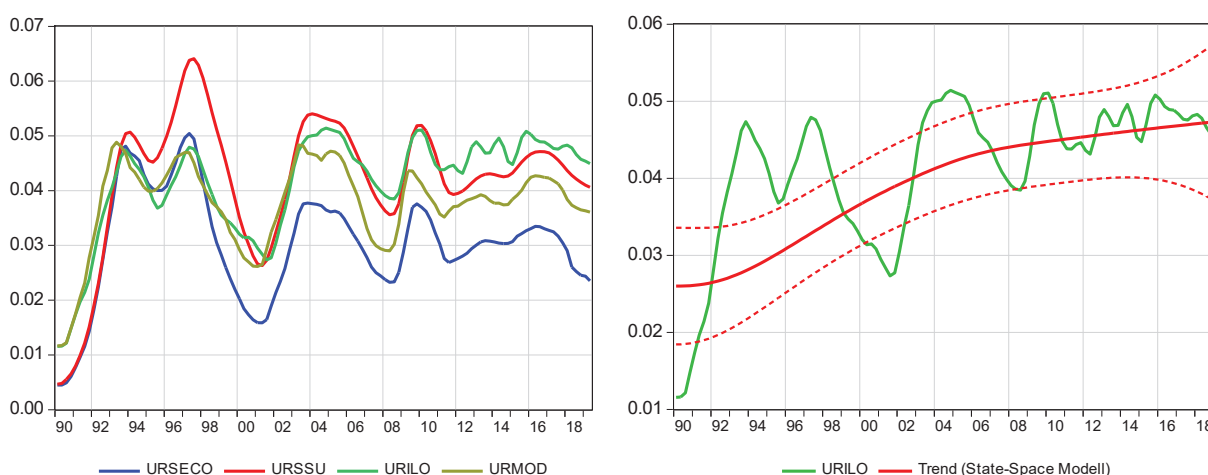
Grafik 6: Arbeitslosenquoten

URSECO Arbeitslosenquote (SECO)

URSSU Quote der Stellensuchenden (SECO)

URILO Erwerbslosenquote nach ILO-Standard (BFS)

URMOD Arbeitslosenquote aus den "Rekrutierungsschwierigkeiten" (BFS) abgeleitet



Die vom SECO publizierte Arbeitslosenquote (URSECO) basiert auf den bei den Regionalen Arbeitsvermittlungszentren (RAV) gemeldeten Personen, die keine Stelle haben und sofort vermittelbar sind. Nicht berücksichtigt sind Personen in Umschulungs- und Weiterbildungsprogrammen sowie Personen, die einem Zwischenverdienst nachgehen oder im Rahmen eines RAV-Programms vorübergehend beschäftigt sind. Unter Einschluss dieser Personen erhält man die Quote der Stellensuchenden (URSSU), die um rund 1,5 Prozentpunkte höher liegt als URSECO. Die Erwerbslosenquote des BFS (URILO) wird nach einheitlichen Standards der Internationalen Arbeitsorganisation (ILO) erhoben. Als erwerbslos gilt, wer ohne Arbeit, aktiv auf Stellensuche und sofort verfügbar ist. Im Unterschied zu URSECO und URSSU sind in URILO auch arbeitslose Personen erfasst, die nicht bei einem RAV registriert sind (z.B. weil sie keinen Anspruch auf Taggelder haben, ausgesteuert sind oder den Gang zum Arbeitsamt als demütigend empfinden). Die Differenz zwischen URILO und URSECO hat sich nach 2010 deutlich ausgeweitet, was zum Teil restriktiveren Bestimmungen zur Bezugsberechtigung in der Arbeitslosenversicherung zuzuschreiben ist. Am Schluss des Beobachtungszeitraums (2019q2) liegt URILO mit 4,5 Prozent um mehr als zwei Prozentpunkte höher als URSECO. Dies lässt vermuten, dass die auf die registrierten Arbeitslosen abstellende SECO-Statistik das tatsächliche Ausmass der Arbeitslosigkeit unterschätzt. Die

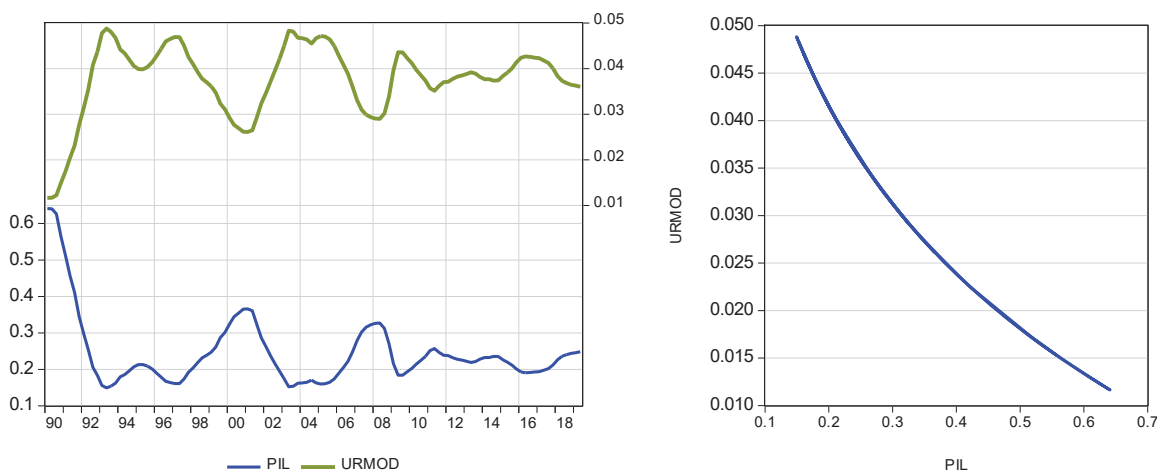
Quote der Stellensuchenden URSSU, die 2019q2 bei 4.1 Prozent liegt, ist von diesem Problem weniger betroffen. Auch die Zuverlässigkeit der ILO-Statistik kann in Zweifel gezogen werden, weil ihr eine telefonische Befragung von 30'000 Personen zugrundeliegt und die Hochrechnung dieser relativ kleinen Stichprobe einer gewissen Fehlermarge unterliegt.

Die vierte Messreihe für die Arbeitslosenquote, URMOD, wird in Form einer inversen Beziehung aus dem Anteil der Unternehmungen abgeleitet, die mit "Rekrutierungsschwierigkeiten" konfrontiert sind. Dieser Indikator für die Anspannung des Arbeitsmarktes wird vom BFS im Rahmen der Beschäftigungsstatistik (BESTA) publiziert. Die Arbeitslosenquote URMOD ergibt sich über eine einfache Transformation aus dem Anteil PIL der Firmen, die Rekrutierungsschwierigkeiten melden:

$$URMOD_t = 1 - PIL_t^\varphi \text{ mit } \varphi = 0.0263$$

Wie im Anhang genauer erläutert, basiert diese Transformation auf der Vorstellung, dass bei einem hohen (tiefen) Anteil von Firmen mit Rekrutierungsschwierigkeiten die Arbeitsmärkte mehrheitlich durch ein knappes (überschüssiges) Arbeitsangebot gekennzeichnet sind, die gesamtwirtschaftliche Arbeitslosigkeit also entsprechend tief (hoch) ist. Der Parameter φ ist so festgelegt, dass URMOD in ersten Differenzen im Durchschnitt möglichst gut mit URSECO übereinstimmt, im Niveau aber in Form eines "random walk" von URSECO abweichen kann (keine Kointegration im Niveau). Wie Grafik 7 zeigt, bewegt sich PIL zwischen Werten von 0.15 und 0.64, was Werte von URMOD zwischen 4.8 und 1.2 Prozent impliziert. Mitte der 1990er Jahre liegen URMOD und URSECO nahe beisammen (Grafik 6). Um die Jahrtausendwende bildet sich URMOD dann aber weniger zurück als URSECO und liegt anschliessend um rund einen Prozentpunkt höher. Bis zur Finanzkrise von 2008 verengt sich die Differenz, weitet sich in der Folge aber wieder aus, besonders stark gegen das Ende des Beobachtungszeitraums.

Grafik 7: Anteil der Firmen mit "Rekrutierungsschwierigkeiten" PIL und Arbeitslosenquote URMOD



Für die Konditionierung des Output Gap in Gleichung B3 kommen somit vier Messreihen für die Arbeitslosenquote ur_t in Betracht. Da gap_t konzeptionell als stationär zu betrachten ist, muss dies auch für die konditionierenden Variablen der Fall sein. Dickey-Fuller-Tests identifizieren zwar alle vier Masse als stationär. Trotzdem ist von einer Verwendung von URIL0 in Gleichung B3 abzuraten. Da die Werte von

URILO ab 2004 im Durchschnitt deutlich höher sind als vor 2004, würde Gleichung B3 auf einen Output Gap hindeuten, der vor 2004 mehrheitlich positiv und ab 2004 fast immer negativ ist, was nicht plausibel ist. Deshalb empfiehlt es sich, für URILO eine Dekomposition in Trend und Zyklus vorzunehmen. Zu diesem Zweck wurde ein separates State-Space-Modell geschätzt, in dem der Trend von URILO gegenüber seinem Vorquartalswert von einem Schockterm getrieben ist, der seinerseits als Random-Walk spezifiziert ist. Die Beobachtungsgleichung des Modells postuliert, dass die Veränderung der Lohninflation von der Differenz URILO – Trend abhängt, so dass eine Situation mit URILO = Trend als inflationsneutral zu betrachten ist.¹⁰ Der Trend entspricht also der inflationsneutralen Arbeitslosenquote. Das Ergebnis der Berechnung ist in Grafik 6 rechts dargestellt. Als Beobachtungsreihe in Gleichung B3 werden im Folgenden die zyklischen Abweichungen von URILO gegenüber dem Trend verwendet. Der Einfachheit halber wird dafür weiterhin die Bezeichnung URILO verwendet. Schätzt man das gleiche State-Space-Modell für URSECO, URSSU und URMOD, so ergeben sich nahezu horizontaler Trends, so dass eine Trendbereinigung überflüssig ist.

Tabelle 3 vergleicht die vier Konditionierungen anhand der auf Seite 15 aufgeführten Kriterien. Die unterschiedlichen Niveaus der Beobachtungsreihen für ur_t werden in Gleichung B3 von der Konstanten β_3 aufgefangen, bleiben also ohne Einfluss auf gap_t . Wie sich eine Konditionierung auf gap_t auswirkt, hängt mit anderen Worten nur von den Bewegungen der Beobachtungsreihen um ihren Mittelwert ab. Am besten bewährt sich URMOD. Die Beobachtungsgleichung weist die kleinste Fehlervarianz auf und die Korrelation mit dem aus dem Modell resultierenden Output Gap ist am höchsten (0.953). URMOD wirkt somit stärker konditionierend auf den Output Gap als URSECO, URSSU und URILO. Der Output Gap bleibt trotzdem vergleichsweise stark mit dem HPGAP korreliert (0.924). Die am Standardfehler und am RMSE des Output Gap gemessene Schätzunsicherheit wird gegenüber dem HP-Filter am deutlichsten reduziert. Die Konditionierungen auf URSECO, URSSU und URILO schneiden nach allen Kriterien schlechter ab. Sie unterscheiden sich untereinander nur wenig, wobei der Standardfehler und der RMSE des Output Gap für URILO am grössten ist.

Tabelle 3: Vergleich der auf die Arbeitslosenquote konditionierten Modelle

	HP-Filter	Konditionierende Variable			
		URSECO	URSSU	URILO	URMOD
Fehlervarianz der Beobachtungsgleichung		7.42E-06	9.88E-06	6.69E-06	3.99E-06
Korrelation mit dem Output Gap		0.944	0.949	0.915	0.953
Korrelation des Output Gap mit dem HPGAP		0.848	0.834	0.862	0.924
Standardfehler des Output Gap (2019q2)	0.01039	0.00686	0.00684	0.00700	0.00602
RMSE des Output Gap (rollende Schätzungen)	0.01078	0.00716	0.00709	0.00760	0.00603

¹⁰ Die Lohninflation wurde anhand des mit dem Chow-Lin-Verfahren quartalisierten BFS-Lohnindex berechnet.

Tabelle 4: State-Space Modell SS_URMOD ($ur_t = \text{URMOD}$)

$$ur_t = \beta_3 + \beta_4 gap_t + \varepsilon_t^{ur}$$

Sample: 1990Q1 2019Q2

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
θ_1	-15.35758	0.137394	-111.7775	0.0000
θ_3	-12.43278	0.152030	-81.77864	0.0000
β_3	0.037821	0.000941	40.20378	0.0000
β_4	-0.432398	0.016764	-25.79384	0.0000
Log likelihood	831.6352	Akaike info criterion	-14.02772	
Parameters	4	Schwarz criterion	-13.93379	
Variance σ_y^2 (signal y_t)	0.000342	(= $\lambda\sigma_g^2$)		
Variance σ_g^2 (Trend Growth)	2.14E-07	(= e^{θ_1})		
Variance σ_{ur}^2 (signal ur_t)	3.99E-06	(= e^{θ_3})		
Std.error GAP at endpoint	0.00602			
Correlation gap and signal ur	0.95327			
Correlation gap and HPGAP	0.92433			
Root-mean-square errors (rolling estimation)				
	RMSE	Std.deviation	RMSE/Std.deviation	
Output Gap	0.00603	0.016706	0.36147	
Potential Growth	0.00129	0.001327	0.96446	

Tabelle 4 präsentiert die Schätzergebnisse für die Konditionierung auf URMOD im Detail. Die Parameter β_3 und β_4 implizieren, dass die aus den "Rekrutierungsschwierigkeiten" abgeleitete Arbeitslosenquote bei einem Output Gap von Null rund 3.8 Prozent beträgt, und dass eine Zunahme des Output Gap von einem Prozentpunkt mit einer um 0.4 Prozentpunkte fallenden Arbeitslosenquote einhergeht. Die Varianz σ_y^2 des Output Gap beträgt 0.000342, was einer Standardabweichung σ_y von 0.0185 oder knapp 1.9 Prozentpunkten entspricht. Aus dem HP-Filter resultiert eine Standardabweichung des Output Gap von nur 1.2 Prozentpunkten. Die Schwankungsbreite des Output Gap wird durch die Konditionierung auf URMOD also spürbar erhöht. Dies ist gleichbedeutend damit, dass der Potentialoutput aufgrund der Konditionierung auf URMOD weniger rasch zum BIP tendiert.

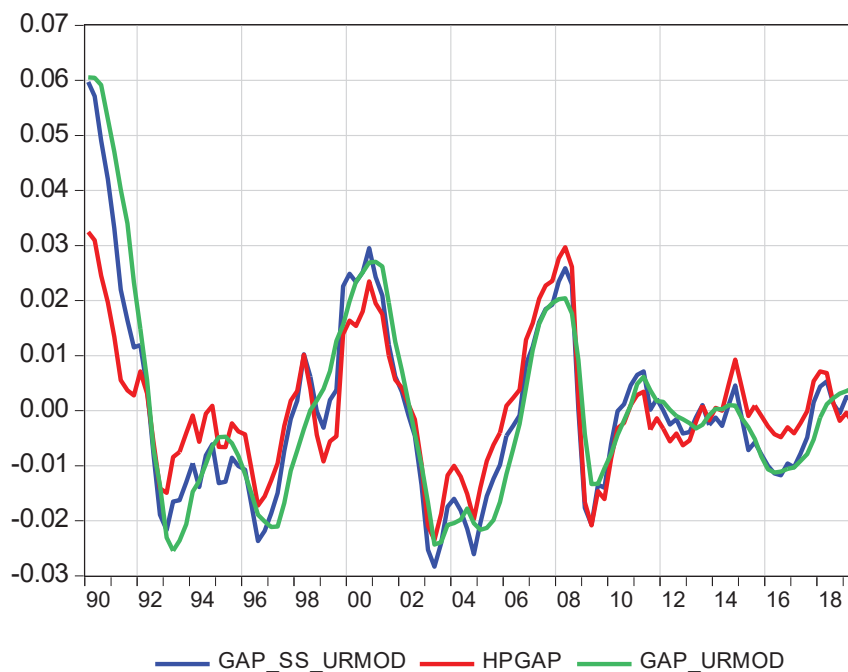
Wie Grafik 8 zeigt, wird der Output Gap in den 1990er Jahren wegen der anfänglich tiefen Arbeitslosigkeit gegenüber dem HPGAP zuerst nach oben und anschliessend aufgrund der erhöhten Arbeitslosigkeit nach unten getrieben. Der Output Gap (blau) folgt in dieser Phase und auch danach eng dem von URMOD ausgehenden Signal (grün). Auch nach der Aufhebung des Mindestkurses im Jahr 2015 taucht der Output Gap wegen des Anstiegs von URMOD deutlicher in den Negativbereich als der HPGAP. Am aktuellen Rand ist der Output Gap ganz leicht positiv, während der HPGAP ungefähr im selben Ausmass negativ ist. Über den ganzen Zeitraum betrachtet hat die Konditionierung auf URMOD in den 1990er Jahren und nach der Aufhebung des Mindestkurses spürbare Abweichungen vom HPGAP zur Folge. Zudem verbessert sich die statistische Zuverlässigkeit der Berechnungen.

Grafik 8: Output Gap - Modell SS_URMOD

GAP_SS_URMOD: Modell konditioniert auf URMOD

HPGAP: HP-Filter

GAP_URMOD: Signal URMOD gemäss Gleichung SB3



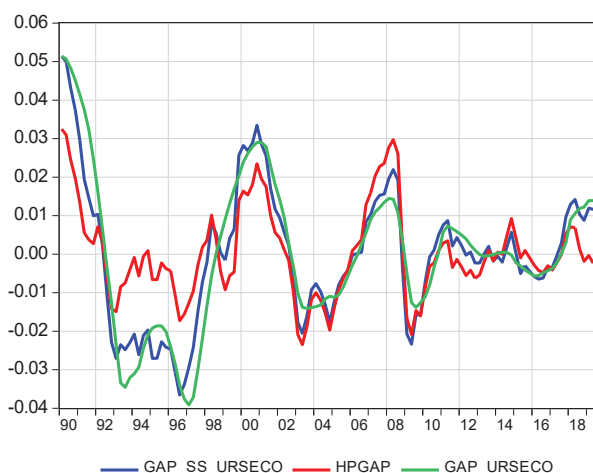
Im Vergleich zum Modell SS_URMOD fällt der Output Gap in dem auf URSECO konditionierten Modell Mitte der 1990er Jahre noch stärker unter den HPGAP (Grafik 9a). Umgekehrt liegt er dann aber in den Jahren 2015 und 2016 nur ganz leicht unter dem HPGAP. Dies ist darauf zurückzuführen, dass URSECO nach Aufhebung des Mindestkurses weniger zunahm als URMOD. Gegen Ende des Beobachtungszeitraums steigt der Output Gap auf rund ein Prozent. Ob der dahinterstehende Rückgang der SECO-Arbeitslosenquote vollumfänglich als produktionshemmende Verknappung des Arbeitsangebots interpretiert werden kann, ist allerdings zu bezweifeln. So ist z.B. der BESTA-Indikator der "Rekrutierungsschwierigkeiten" deutlich weniger angestiegen als die SECO-Arbeitslosenquote gefallen ist. Vor diesem Hintergrund und angesichts der sich zuletzt abschwächenden Konjunktur erscheint ein Output Gap von rund einem Prozent am aktuellen Rand wenig plausibel.

Im Modell SS_URSSU taucht der Output Gap in den 1990er Jahren ebenfalls stärker in den Negativbereich als der HPGAP, jedoch später als im Modell SS_URSECO. Am aktuellen Rand ist der Output Gap wie im Modell SS_URMOD nur leicht positiv (Grafik 9b).

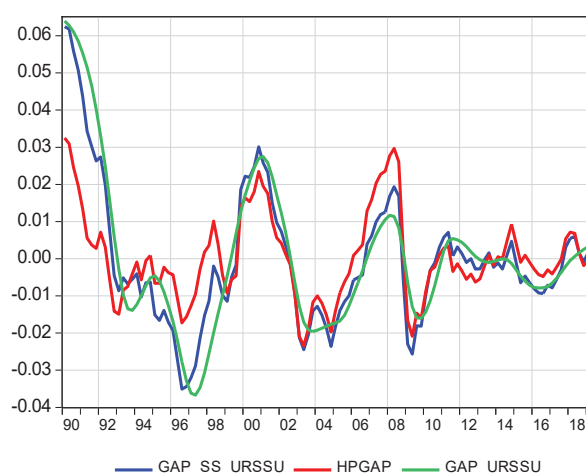
Die Konditionierung des Modells auf URILO (Grafik 9c) wirkt sich ähnlich auf den Output Gap aus wie die Konditionierung auf URSECO. Sie zieht den Output Gap in den 1990er Jahren stark in den Negativbereich und um die Jahrtausendwende deutlich nach oben. Zur Zeit der Finanzkrise ist die Konditionierung fast wirkungslos, zeigt aber danach eine vergleichsweise rasche Erholung an. Gegen Ende des Beobachtungszeitraums weicht der Output Gap vom HPGAP zunehmend nach oben ab, allerdings nicht ganz so stark wie im Modell SS_URSECO.

Grafik 9: Output Gap - Modelle SS_URSECO, SS_URSSU und SS_URILO

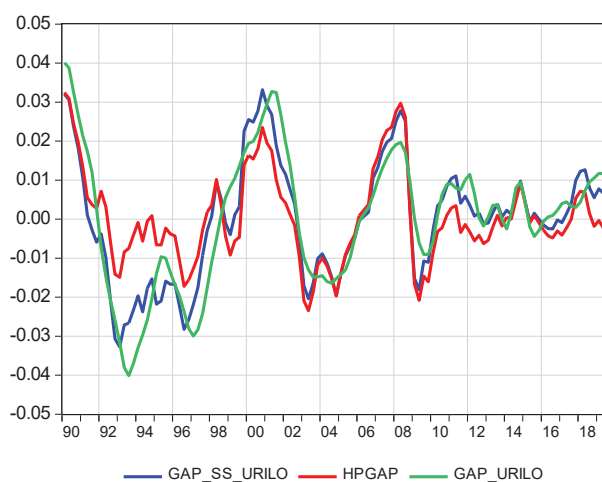
a) SS_URSECO



b) SS_URSSU



c) SS_URILO



GAP_SS_URSECO: Modell konditioniert auf URSECO
 GAP_SS_URSSU: Modell konditioniert auf URSSU
 GAP_SS_URILO: Modell konditioniert auf URILLO
 HPGAP: Output Gap HP-Filter
 GAP_URSECO: Signal URSECO gemäss Gleichung SB3
 GAP_URSSU: Signal URSSU gemäss Gleichung SB3
 GAP_URILO: Signal URILLO gemäss Gleichung SB3

Fazit

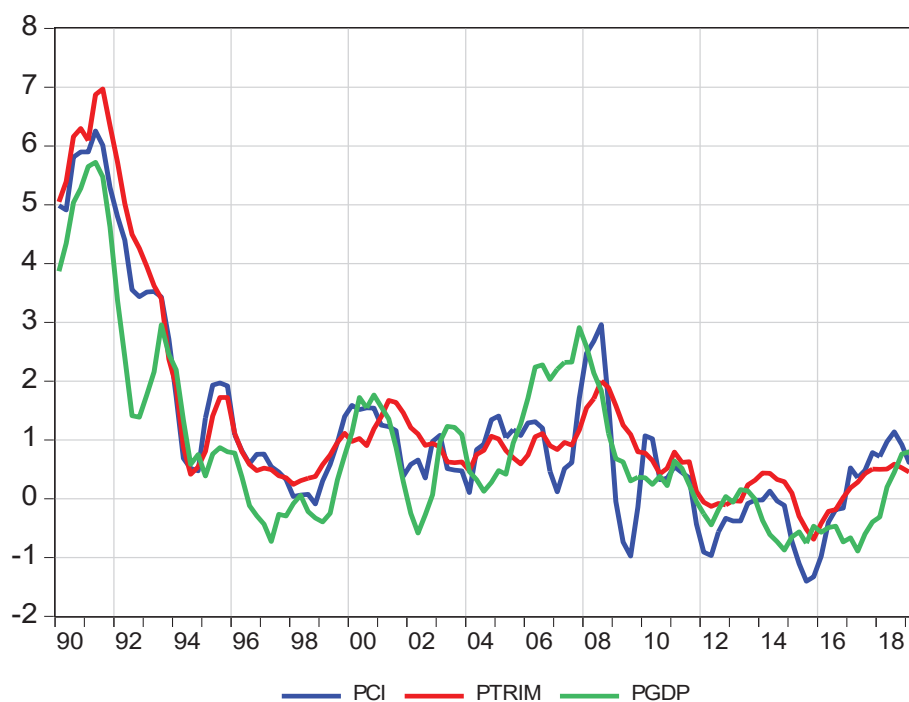
Von den vier Messreihen für die Arbeitslosenquote eignet sich URMOD am besten zur Konditionierung des Modells. Die Schätzunsicherheit gemessen am Standardfehler und RMSE des Output Gap wird gegenüber dem HP-Filter am stärksten reduziert. In den 1990er Jahren und nach der Aufhebung des Mindestkurses taucht der Output Gap aufgrund der ansteigenden Arbeitslosigkeit stärker in den Negativbereich als der HPGAP. Ob am aktuellen Rand ein leicht positiver (SS_URMOD) oder ein leicht negativer (HP-Filter) Output Gap der Realität näher kommt, ist kaum zu entscheiden. Deutlich positive Output Gaps, wie sie aus den Konditionierungen auf URSECO und UIILO resultieren, sind angesichts der seit Mitte 2018 eingetretenen Konjunkturschwäche jedoch wenig plausibel.

3.3 Konditionierung des Output Gap auf die Inflationsrate – Modell SS_PR

In diesem Abschnitt wird die State-Space Darstellung des HP-Filters mit einer Inflationsgleichung erweitert. Als Inflationsmasse kommen in Betracht (Grafik 10): Die Konsumteuerung gegenüber dem Vorjahr, gemessen am Landesindex der Konsumentenpreise (PCI), das von der SNB daraus abgeleitete getrimmte Mittel (PTRIM) und die Vorjahresveränderung des BIP-Deflators (PGDP).

Grafik 10: Vorjahresinflation (in Prozent)

Konsumentenpreise (PCI), getrimmtes Mittel (PTRIM), BIP-Deflator (PGDP)



Die Beobachtungsgleichung für die Inflationsrate p_t wird wie folgt spezifiziert:

$$p_t = \beta_5 + \beta_6 p_{t-4} + \beta_7 t + \beta_8 gap_t + \varepsilon_t^p \quad \varepsilon_t^p \sim N(0, \sigma_p^2) \quad \sigma_p^2 = e^{\theta_4} \quad (B4)$$

Zusammen mit den Gleichungen S1, S2, R und B1 (Modell SS_HP) ergibt sich daraus das im Folgenden als SS_PR bezeichnete State-Space-Modell.

Für β_8 (Einfluss des Output Gap auf die Inflation) ist ein positiver Schätzwert zu erwarten. Der Umstand, dass die Inflation p_t einem fallenden Trend unterliegt, während der Output Gap stationär ist, dürfte sich in einem negativen Schätzwert für β_7 niederschlagen. Mit der AR(1)-Spezifikation wird der dynamisch verzögerten Reaktion der Inflation auf den Output Gap Rechnung getragen. Schätzungen von B4 als Einzelgleichung zeigen, dass die Inflation am besten als Preisänderung gegenüber dem entsprechenden Vorjahresquartal gemessen wird. Auf der rechten Gleichungsseite erscheint die Inflationsrate deshalb mit einem Lag von vier Quartalen. Damit wird sichergestellt, dass Link- und Rechthand-Variablen nicht bereits per Konstruktion miteinander verknüpft sind. Für β_6 sind Werte zwischen 0 und 1 denkbar. Der Grenzfall $\beta_6 = 0$ würde implizieren, dass die Inflation unverzögert auf den Output Gap reagiert. Der

Grenzfall $\beta_6 = 1$ würde implizieren, dass nicht die Inflation, sondern die Abweichung der Inflation von der Inflation im Vorjahr vom Output Gap getrieben wird.

Zur Frage des geeigneten Inflationsmasses sind ein paar konzeptionelle Erwägungen vorzuschicken. Die üblicherweise verwendete Konsumteuerung hängt neben dem Output Gap von verschiedenen anderen Faktoren ab, die die Beziehung zum Output Gap stören können. Zum Beispiel schlagen sich steigende Importpreise (insbesondere Erdölpreise) in einer erhöhten Konsumteuerung nieder, haben aber erfahrungsgemäss einen gegenläufigen Effekt auf den Output Gap. Ein weiteres Problem resultiert daraus, dass sich eine Straffung der Geldpolitik über den Zins- und Wechselkurskanal dämpfend auf den Output Gap auswirkt, über die Hypozins-Bindung der Wohnungsmieten aber kurzfristig zu einem Anstieg der Konsumteuerung führen kann. Ob das getrimmte Mittel diese Probleme entschärft, ist fraglich, denn Veränderungen der Importpreise und der Wohnungsmieten werden nur dann ausgeschaltet, wenn sie in der betreffenden Periode zu den 15 Prozent der Güter mit den stärksten Preisausschlägen nach unten oder nach oben gehören.

Aus theoretischen Gründen wäre grundsätzlich der BIP-Deflator als Preismass zu präferieren. Die Inflationsmessung anhand des BIP-Deflators ist zwar unüblich. Dafür spricht im vorliegenden Kontext aber der Umstand, dass sich der BIP-Deflator auf die im Inland erbrachten Wertschöpfung bezieht und daher konzeptionell enger mit dem BIP, dem Potentialoutput und dem Output Gap verbunden ist als die Konsumteuerung, welche einerseits von der Preisentwicklung importierter Güter beeinflusst wird und andererseits die Preisentwicklung auf den im BIP enthaltenen Exporten nicht berücksichtigt. Allerdings ist die Preisentwicklung auf der im Inland erbrachten Wertschöpfung nicht direkt beobachtbar. Dies liegt daran, dass die Wertschöpfung nicht den Charakter eines Produktes hat, dem ein bestimmter Preis zugeordnet werden kann. Würde man einen Unternehmer nach der Preisentwicklung seiner Wertschöpfung fragen, würde man ihn in Schwierigkeiten bringen. Er weiss zwar, zu welchen Preisen er seine Produkte verkauft und zu welchen Preisen er die Vorprodukte einkauft. Aber auf die Idee, dem den Vorleistungen zugefügten Wert einen Preis zuzuordnen, kommt er wohl kaum. Dieser Preis lässt sich nur implizit berechnen. Steigen beispielsweise die Absatzpreise um 3 Prozent und die Vorproduktpreise um 1 Prozent, so ergibt sich daraus implizit ein Preis der Wertschöpfung, der um mehr als 3% gestiegen sein muss, denn der Preis des Endprodukts setzt sich anteilmässig aus den Vorleistungen und der Wertschöpfung zusammen. Auf diese implizite Weise wird auch der BIP-Deflator berechnet. Seine Interpretation als "Preis" ist jedoch etwas speziell, weil er sich nicht auf einen bestimmten Güterkorb beziehen lässt.

Bei vielen Dienstleistungen und Produkten, die einem technologischen Wandel unterliegen, ist die Unterscheidung von Preis und Menge grundsätzlich schwierig. Von diesem Problem sind alle drei Inflationsmasses betroffen. Vor diesem Hintergrund wird die Frage des adäquaten Inflationsmasses (PCI, PGDP, PTRIM) am besten empirisch, d.h. im Rahmen der Schätzung der Modells SS_PR angegangen. Wegleitend dafür sind wiederum die auf Seite 15 aufgeführten Beurteilungskriterien (a) bis (e).

Wie Tabelle 5 zeigt, sind alle drei Inflationsmasse nur schwach mit dem aus dem Modell SS_PR resultierenden Output Gap korreliert. Dieser bleibt eng mit dem HPGAP korreliert. Die Beobachtungsgleichungen weisen Fehlervarianzen auf, die grob zehn Mal grösser sind als die Fehlervarianzen der Arbeitslosen-Gleichungen (Tabelle 3). Die Konditionierungen auf PCI, PGDP oder PTRIM lassen aber nicht nur den Output Gap nahezu unberührt, sie bringen gegenüber dem HP-Filter auch hinsichtlich der Schätzunsicherheit keine Verbesserung. Die RMSE der rollenden Schätzungen des Output Gap sind sogar leicht grösser als beim HP-Filter.

Tabelle 5: Vergleich der auf die Inflationsrate konditionierten Modelle

	Konditionierende Variable			
	HP-Filter	PCI	PGDP	PTRIM
Fehlervarianz der Beobachtungsgleichung		8.52E-05	7.86E-05	4.95E-05
Korrelation mit dem Output Gap		0.546	0.567	0.591
Korrelation des Output Gap mit dem HPGAP		0.969	0.968	0.981
Standardfehler des Output Gap (2019q2)	0.01039	0.00984	0.00990	0.00972
RMSE des Output Gap (rollende Schätzungen)	0.01078	0.01120	0.01100	0.01134

Tabelle 6: State-Space Modell SS_PCI ($p_t = \text{PCI}$)

$$p_t = \beta_5 + \beta_6 p_{t-4} + \beta_7 t + \beta_8 gap_t + \varepsilon_t^p$$

Sample: 1990Q1 2019Q2

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
θ_1	-16.09305	0.131885	-122.0230	0.0000
θ_4	-9.370725	0.159420	-58.78013	0.0000
β_5	0.023669	0.005043	4.693679	0.0000
β_6	0.401643	0.081629	4.920358	0.0000
β_7	-0.000176	4.36E-05	-4.040761	0.0001
β_8	0.447112	0.089149	5.015327	0.0000
Log likelihood	709.8466	Akaike info criterion	-11.92960	
Parameters	6	Schwarz criterion	-11.78872	
Variance σ_y^2 (signal y_t)	0.000164	(= $\lambda\sigma_g^2$)		
Variance σ_g^2 (Trend Growth)	1.03E-07	(= e^{θ_1})		
Variance σ_p^2 (signal p_t)	8.52E-05	(= e^{θ_4})		
Std.error gap at endpoint	0.00984			
Correlation gap and p	0.54638			
Correlation gap and HPGAP	0.96918			
Root-mean-square errors (rolling estimation)				
	RMSE	Std.deviation	RMSE/Std.deviation	
Output Gap	0.01120	0.01130	0.99141	
Potential Growth	0.00165	0.00145	1.13575	

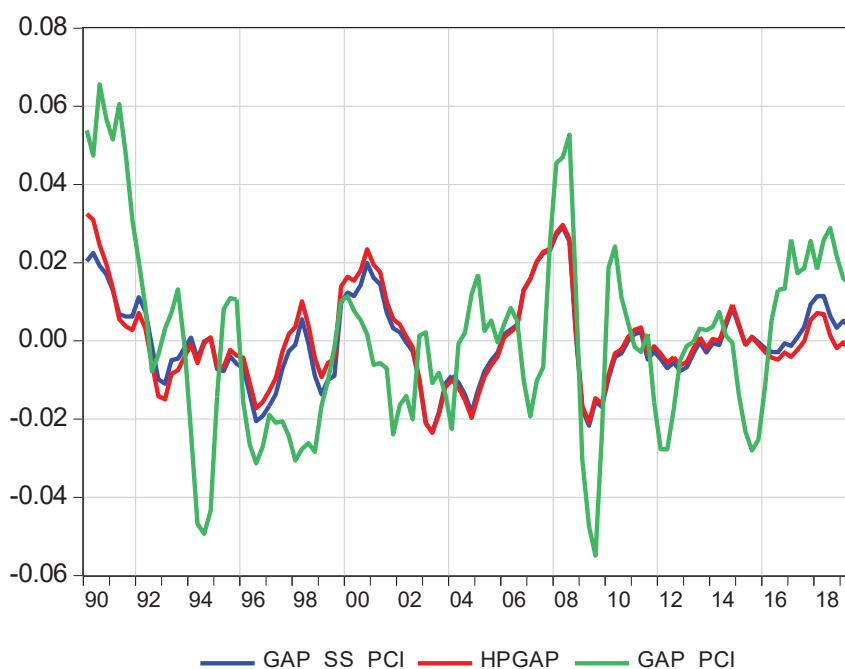
Die detaillierten Schätzergebnisse in Tabelle 6 beziehen sich auf die üblicherweise als Inflationsmass verwendete Konsumteuerung PCI. Der Parameter β_8 impliziert, dass eine Zunahme des Output Gap von einem Prozentpunkt eine um rund 0.45 Prozentpunkte erhöhte Konsumteuerung induziert. Langfristig ist der Effekt um den Faktor $1/(1 - \beta_6) = 1.67$ grösser. Die Vorjahresinflation geht mit einem Koeffizienten β_6 von rund 0.4 in die Gleichung ein. Dieser Schätzwert ist signifikant positiv und signifikant kleiner als Eins. Die Grenzfälle $\beta_6 = 0$ und $\beta_6 = 1$ können somit ausgeschlossen werden. Auch die anderen β 's sind statistisch signifikant. Dies ändert aber nichts daran, dass PCI nur schwach konditionierend auf den Output Gap einwirkt. In der Periode 1995-2002 wird der Output Gap von der tiefen Konsumteuerung gegenüber dem HPGAP ganz leicht nach unten und gegen Ende des Schätzzeitraums von der erhöhten Konsumteuerung etwas nach oben geschoben (Grafik 11). Abgesehen von diesen beiden Phasen wird das stark schwankende Inflationssignal vom Modell praktisch vernachlässigt.

Grafik 11: Output Gap - Modell SS_PCI

GAP_SS_PCI: Modell konditioniert auf PCI

HPGAP: HP-Filter

GAP_PCI: Signal PCI gemäss Gleichung SB4



Fazit

Alle drei Inflationsmasse eignen sich schlecht als konditionierende Variablen. Dass sich der Output Gap nur wenig vom HPGAP unterscheidet, ist per se nicht negativ zu werten. Der Nutzen der Konditionierung könnte auch darin bestehen, die Schätzunsicherheit im Vergleich zum HP-Filter zu vermindern. Dies ist jedoch nicht der Fall. Der Unterschied zur Konditionierung auf die Arbeitslosenquote ist frappant, insbesondere wenn diese mit URMOD gemessen wird. Nicht auszuschliessen ist indessen, dass der Inflation als konditionierende Variable in Kombination mit anderen Beobachtungsgleichungen eine grössere Bedeutung zukommt.

3.4 Konditionierung des Output Gap auf die Investitionsquote – Modell SS_IR

In diesem Abschnitt wird das Grundmodell des HP-Filters (Modell SS_HP) um die Beobachtungsgleichung für die Investitionsquote ir_t erweitert:

$$ir_t = \beta_9 + \beta_{10}t + \beta_{11}gap_t + \varepsilon_t^p \quad \varepsilon_t^p \sim N(0, \sigma_p^2) \quad \sigma_p^2 = e^{\theta_5} \quad (B5)$$

Für die Investitionsquote ir_t werden die Messreihen IR1, IR2 und IR3 in Betracht gezogen (Grafik 12). Die Frage der Eignung als konditionierende Variable wird wiederum empirisch angegangen. Es lassen sich dazu aber auch ein paar konzeptionelle Überlegungen anstellen.

Der Gleichung B5 liegt die Vorstellung zugrunde, dass die von den Unternehmungen angestrebte Anpassung der Produktionskapazität positiv vom Output Gap abhängt, was entsprechende Investitionen in den Kapitalstock erfordert ($\beta_{11} > 0$). Die in der Investitionsquote erscheinenden Kapitalgüter sollten also produktionsrelevant sein. Für Wohnbauten ist dies kaum der Fall. Sie werden deshalb in der Definition von IR3 ausgeschlossen. Schwieriger zu beurteilen ist, ob auch die öffentlichen Bauinvestitionen ausgeschlossen werden sollen (IR2). Langfristig ist in einer wachsenden Wirtschaft zwar ein Ausbau der Infrastruktur erforderlich. Ob der öffentliche Bau aber kurzfristig auf den Output Gap reagiert, ist fraglich. Er könnte sich – konjunkturpolitisch motiviert – auch antizyklisch verhalten. Was für die Verwendung von IR2 sprechen würde. Die Investitionsquote nur auf die Ausrüstungsinvestitionen zu beziehen (IR1), erscheint hingegen etwas problematisch, denn für eine Erweiterung der Produktionskapazität sind nicht selten auch bauliche Massnahmen erforderlich.

Grafik 12: Investitionsquoten

IR1 Anteil der Ausrüstungsinvestitionen am BIP

IR2 Anteil der Ausrüstungs- und gewerblich-industriellen Bauinvestitionen am BIP

IR3 Anteil der gesamten Anlageinvestitionen ohne Wohnbau am BIP

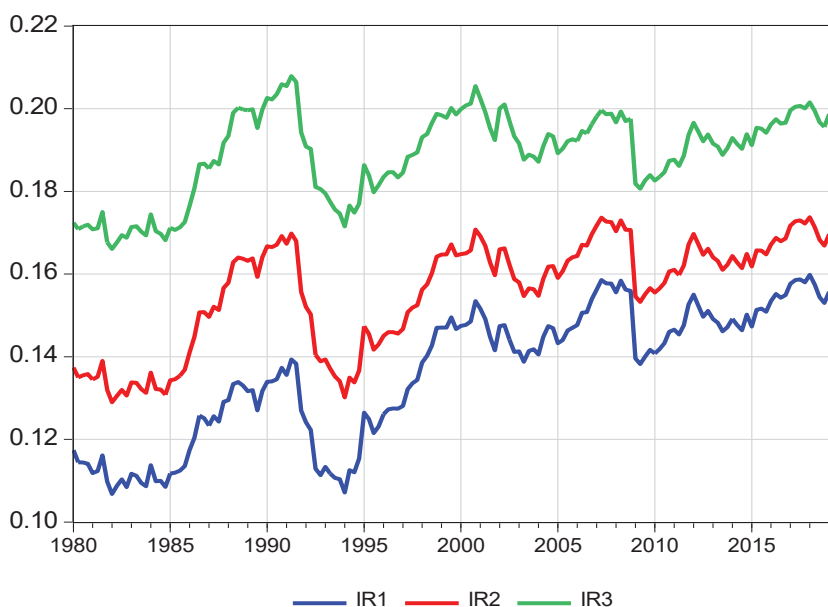


Tabelle 7 vergleicht die drei Konditionierungen anhand der auf Seite 15 aufgeführten Kriterien. IR3 zeichnet sich durch die kleinste Fehlervarianz der Beobachtungsgleichung und die gegenüber dem HP-Filter stärkste Reduktion des RMSE des Output Gap aus. Die Korrelation von IR3 mit dem Output Gap

beträgt 0.768. Als Folge der Konditionierung fällt die Korrelation des Output Gap mit dem HPGAP auf 0.888. IR1 ist etwas stärker mit dem Output Gap korreliert, was die Korrelation des Output Gap mit dem HPGAP etwas tiefer ausfallen lässt. In diesem Sinn könnte IR1 als stärker konditionierend bezeichnet werden. Andererseits ist aber die Fehlervarianz der Beobachtungsgleichung grösser, und es resultiert in rollenden Schätzungen ein RMSE, der sogar etwas grösser ist als beim HP-Filter, d.h. IR1 bringt keine Verbesserung hinsichtlich der Randwert-Instabilität. Für IR2 verhält es sich ähnlich. Insgesamt spricht Tabelle 7 dafür, IR3 als Mass für die Investitionsquote zu verwenden.

Ein Vergleich mit Tabellen 3 und 5 zeigt Folgendes: Die Investitionsquote IR3 wirkt stärker konditionierend als die praktisch wirkungslose Inflationsrate. Auch die Schätzungenauigkeit wird im Vergleich zum HP-Filter vermindert, wenn auch bei Weitem nicht so stark wie im Modell SS_URMOD.

Tabelle 7: Vergleich der auf die Investitionsquote konditionierten Modelle

	Konditionierende Variable			
	HP-Filter	IR1	IR2	IR3
Fehlervarianz der Beobachtungsgleichung		2.08E-05	2.11E-05	1.68E-05
Korrelation mit dem Output Gap		0.794	0.790	0.768
Korrelation des Output Gap mit dem HPGAP		0.814	0.898	0.888
Standardfehler des Output Gap (2019q2)	0.01039	0.00859	0.00850	0.00850
RMSE des Output Gap (rollende Schätzungen)	0.01078	0.01108	0.00945	0.00885

Tabelle 8: State-Space Modell SS_IR3 ($ir_t = IR3$)

$$ir_t = \beta_9 + \beta_{10}t + \beta_{11}gap_t + \varepsilon_t^p$$

Sample: 1990Q1 2019Q2

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
θ_1	-15.69986	0.140279	-111.9192	0.0000
θ_5	-10.99322	0.154914	-70.96317	0.0000
β_9	0.187171	0.002059	90.90022	0.0000
β_{10}	5.14E-05	2.62E-05	1.960415	0.0499
β_{11}	0.454592	0.029921	15.19315	0.0000
Log likelihood	777.6609	Akaike info criterion	-13.09595	
Parameters	5	Schwarz criterion	-12.97854	
Variance σ_y^2 (signal y_t)	0.000243	(= $\lambda\sigma_g^2$)		
Variance σ_g^2 (Trend Growth)	1.52E-07	(= $e^{-\theta_1}$)		
Variance σ_{ir}^2 (signal ir_t)	1.68E-05	(= $e^{-\theta_5}$)		
Std.error gap at endpoint	0.00850			
Correlation gap and ir	0.767815			
Correlation gap and HPGAP	0.888135			
Root-mean-square errors (rolling estimation)				
	RMSE	Std.deviation	RMSE/Std.deviation	
Output Gap	0.00885	0.01359	0.65077	
Potential Growth	0.00175	0.00157	1.11922	

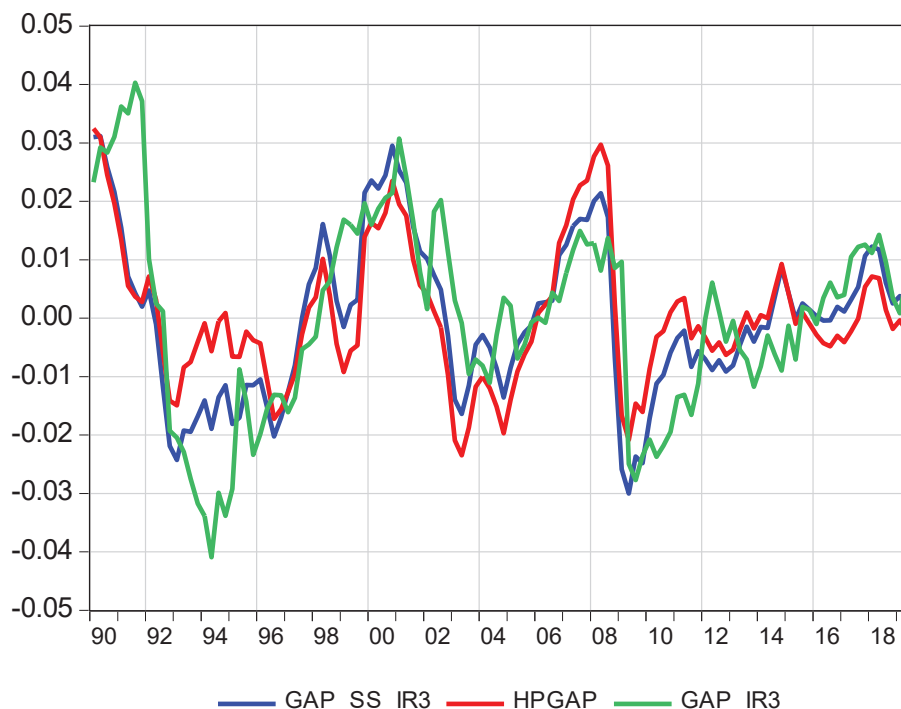
Die detaillierten Schätzergebnisse für IR3 sind in Tabelle 8 dargestellt. Gemäss den Parametern β_{10} und β_{11} unterliegt die Investitionsquote einem schwach ansteigenden Trend und wird bei einer Zunahme des Output Gap von einem Prozentpunkt um 0.45 Prozentpunkte angehoben. Die Varianz σ_y^2 des Output Gap beträgt 0.000243, was einer Standardabweichung σ_y von 0.0156 oder knapp 1.6 Prozent entspricht, gegenüber 1.2 Prozent beim HPGAP und 1.9 Prozent im Modell SS_URMOD.

Grafik 13: Output Gap – Modell SS_IR3

GAP_SS_IR3: Modell konditioniert auf IR3

HPGAP: HP-Filter

GAP_IR3: Signal IR3 gemäss Gleichung SB5



Wie Grafik 13 zeigt, lässt das von IR3 ausgehende Signal (grün) den Output Gap (blau) Mitte der 1990er Jahre deutlich unter den HPGAP (rot) fallen. Vor der Finanzkrise ist der Output Gap weniger stark positiv und danach stärker und länger negativ. Von einer Konjunkturabschwächung nach der Aufhebung des Mindestkurses ist – im Unterschied zum Modell SS_URMOD – nichts zu sehen. Ab 2016 wird der Output Gap von IR3 recht deutlich nach oben verschoben. Am aktuellen Rand ist der Output Gap leicht positiv.

Fazit

Die Konditionierung des Modells auf die Investitionsquote IR3 vermindert die Schätzunsicherheit im Vergleich zum HP-Filter und hat phasenweise starke Abweichungen vom HPGAP zur Folge. Sie gehen teilweise in die gleiche Richtung wie in den auf die Arbeitslosenquote konditionierten Modellen. Hinsichtlich der am Standardfehler und RMSE des Output Gap gemessenen Schätzunsicherheit schneidet die Arbeitslosenquote als konditionierende Variable (insbesondere in der Version URMOD) aber deutlich besser ab.

3.5 Mehrfache Konditionierung des Output Gap – Modell SS_ALL

In diesem Abschnitt wird das Grundmodell des HP-Filters (Modell SS_HP) um alle möglichen Kombinationen der vorstehend einzeln betrachteten Beobachtungsgleichungen B2 bis B5 erweitert. Die Modellversionen werden nach dem folgenden Schema benannt:

B5 (ir_t)	B4 (p_t)	B3 (ur_t)	B2 (duc_t)
0	0	0	0
IR1	PCI	URILO	DUC
IR2	PGDP	URMOD	
IR3	PTRIM	URSECO	
		URSSU	

Eine Null bedeutet, dass die betreffende Gleichung nicht im Modell erscheint. Wenn eine Gleichung im Modell enthalten ist, stehen für B5 und B4 je drei und für B3 vier alternative Messreihen zur Verfügung, für B2 aber nur die KOF-Kapazitätsauslastung. Mit 0-PCI-URSECO-0 ist beispielsweise ein Modell bezeichnet, das die Gleichungen für die Inflation und die Arbeitslosenquote enthält und diese Variablen mit PCI bzw. URSECO misst. Der HP-Filter ist gemäss diesem Schema mit 0-0-0-0 bezeichnet.

Insgesamt gibt es 160 Modellversionen ($4 \times 4 \times 5 \times 2$). Das zur Schätzung verwendete Programm trifft in einem äusseren Loop die Auswahl der Beobachtungsgleichungen (keine, eine aus vier, zwei aus vier, drei aus vier, alle vier). Für jede Gleichungsauswahl laufen innere Loops über alle möglichen Kombinationen von Messreihen. Wenn das Modell z.B. die Gleichungen B5, B4 und B3 enthält, staffeln sich diese Loops über drei Ebenen (Wahl der Investitionsquote, Wahl des Inflationsmasses, Wahl der Arbeitslosenquote). Da die 160 Modellversionen 62 Mal rollend geschätzt werden (sukzessive Verlängerung des Stützbereichs von 1990q1-2004q1, 1990q-2004q2, ... bis 1990q1-2019q2), ist der Rechenaufwand beträchtlich. Ein schneller PC arbeitet rund drei Stunden.

Tabellen 9 und 10 vergleichen die Modelle hinsichtlich des *Standardfehlers* und des in den rollenden Schätzungen ermittelten *Root-Mean-Square Error* (RMSE). Beide Kriterien beziehen sich auf die Schätzunsicherheit des Output Gap (und damit auch des Potentialoutput). Die Standardfehler sind auf Basis des vollen Stützbereichs 1990q1-2019q2 berechnet, geben also die Schätzunsicherheit am heutigen aktuellen Rand an. Aussagekräftiger hinsichtlich der Randwert-Instabilität sind die RMSE der rollenden Schätzungen. Sie bringen zum Ausdruck, in welchem Ausmass die Randwerte des Output Gap aus früher endenden Stützperioden von der Berechnung auf erweiterter Datenbasis abweichen. Die Standardfehler nehmen in den 160 Modellen Werte zwischen rund 0.006 und 0.010 an. Die RMSE bewegen sich zwischen rund 0.005 und 0.011. Der Output Gap wird also im Durchschnitt in den besten Modellen um rund 0.5 Prozentpunkte und in den schlechtesten Modellen um rund einen Prozentpunkt falsch eingeschätzt. Wenn der RMSE den Standardfehler deutlich übertrifft, kann dies im betreffenden Modell auf ein Problem der Parameterinstabilität hindeuten (Parameteränderungen bei Erweiterung des Stützbereichs der Schätzung).

Tabelle 9: Standardfehler des Output Gap am aktuellen Rand (2019q2)

	Modell	St.Fehler	Modell	St.Fehler	Modell	St.Fehler		
1	0-0-0-0	0.01039	55	IR3-0-URSECO-0	0.00662	109	IR3-PCI-URSECO-0	0.00653
2	0-0-0-DUC	0.00713	56	IR1-0-URSSU-0	0.00682	110	IR1-PGDP-URSECO-0	0.00668
3	0-0-URILO-0	0.00701	57	IR2-0-URSSU-0	0.00679	111	IR2-PGDP-URSECO-0	0.00658
4	0-0-URMOD-0	0.00602	58	IR3-0-URSSU-0	0.00678	112	IR3-PGDP-URSECO-0	0.00656
5	0-0-URSECO-0	0.00686	59	IR1-0-URILO-DUC	0.00677	113	IR1-PTRIM-URSECO-0	0.00661
6	0-0-URSSU-0	0.00684	60	IR2-0-URILO-DUC	0.00666	114	IR2-PTRIM-URSECO-0	0.00655
7	0-0-URILO-DUC	0.00716	61	IR3-0-URILO-DUC	0.00666	115	IR3-PTRIM-URSECO-0	0.00654
8	0-0-URMOD-DUC	0.00598	62	IR1-0-URMOD-DUC	0.00598	116	IR1-PCI-URSSU-0	0.00669
9	0-0-URSECO-DUC	0.00717	63	IR2-0-URMOD-DUC	0.00594	117	IR2-PCI-URSSU-0	0.00668
10	0-0-USSU-DUC	0.00719	64	IR3-0-URMOD-DUC	0.00592	118	IR3-PCI-URSSU-0	0.00666
11	0-PCI-0-0	0.00984	65	IR1-0-URSECO-DUC	0.00680	119	IR1-PGDP-URSSU-0	0.00676
12	0-PGDP-0-0	0.00990	66	IR2-0-URSECO-DUC	0.00663	120	IR2-PGDP-URSSU-0	0.00675
13	0-PTRIM-0-0	0.00972	67	IR3-0-URSECO-DUC	0.00660	121	IR3-PGDP-URSSU-0	0.00671
14	0-PCI-0-DUC	0.00707	68	IR1-0-URSSU-DUC	0.00687	122	IR1-PTRIM-URSSU-0	0.00671
15	0-PGDP-0-DUC	0.00709	69	IR2-0-URSSU-DUC	0.00688	123	IR2-PTRIM-URSSU-0	0.00673
16	0-PTIM-0-DUC	0.00711	70	IR3-0-URSSU-DUC	0.00683	124	IR3-PTRIM-URSSU-0	0.00670
17	0-URILO-PCI-0	0.00693	71	IR1-PCI-0-0	0.00846	125	IR1-PCI-URILO-DUC	0.00669
18	0-URILO-PGDP-0	0.00696	72	IR2-PCI-0-0	0.00829	126	IR2-PCI-URILO-DUC	0.00663
19	0-URILO-PTRIM-0	0.00689	73	IR3-PCI-0-0	0.00824	127	IR3-PCI-URILO-DUC	0.00663
20	0-URMOD-PCI-0	0.00596	74	IR1-PGDP-0-0	0.00849	128	IR1-PGDP-URILO-DUC	0.00675
21	0-URMOD-PGDP-0	0.00596	75	IR2-PGDP-0-0	0.00835	129	IR2-PGDP-URILO-DUC	0.00668
22	0-URMOD-PTRIM-0	0.00592	76	IR3-PGDP-0-0	0.00833	130	IR3-PGDP-URILO-DUC	0.00667
23	0-URSECO-PCI-0	0.00676	77	IR1-PTRIM-0-0	0.00834	131	IR1-PTRIM-URILO-DUC	0.00670
24	0-URSECO-PGDP-0	0.00679	78	IR2-PTRIM-0-0	0.00818	132	IR2-PTRIM-URILO-DUC	0.00668
25	0-URSECO-PTRIM-0	0.00671	79	IR3-PTRIM-0-0	0.00815	133	IR3-PTRIM-URILO-DUC	0.00667
26	0-URSSU-PCI-0	0.00673	80	IR1-PCI-0-DUC	0.00708	134	IR1-PCI-URMOD-DUC	0.00591
27	0-URSSU-PGDP-0	0.00677	81	IR2-PCI-0-DUC	0.00726	135	IR2-PCI-URMOD-DUC	0.00590
28	0-URSSU-PTRIM-0	0.00672	82	IR3-PCI-0-DUC	0.00719	136	IR3-PCI-URMOD-DUC	0.00588
29	0-URILO-PCI-DUC	0.00718	83	IR1-PGDP-0-DUC	0.00711	137	IR1-PGDP-URMOD-DUC	0.00595
30	0-URILO-PGDP-DUC	0.00717	84	IR2-PGDP-0-DUC	0.00722	138	IR2-PGDP-URMOD-DUC	0.00594
31	0-URILO-PTRIM-DUC	0.00684	85	IR3-PGDP-0-DUC	0.00716	139	IR3-PGDP-URMOD-DUC	0.00590
32	0-URMOD-PCI-DUC	0.00593	86	IR1-PTRIM-0-DUC	0.00736	140	IR1-PTRIM-URMOD-DUC	0.00590
33	0-URMOD-PGDP-DUC	0.00595	87	IR2-PTRIM-0-DUC	0.00778	141	IR2-PTRIM-URMOD-DUC	0.00592
34	0-URMOD-PTRIM-DUC	0.00589	88	IR3-PTRIM-0-DUC	0.00782	142	IR3-PTRIM-URMOD-DUC	0.00589
35	0-URSECO-PCI-DUC	0.00676	89	IR1-PCI-URILO-0	0.00675	143	IR1-PCI-URSECO-DUC	0.00665
36	0-URSECO-PGDP-DUC	0.00727	90	IR2-PCI-URILO-0	0.00669	144	IR2-PCI-URSECO-DUC	0.00654
37	0-URSECO-PTRIM-DUC	0.00672	91	IR3-PCI-URILO-0	0.00671	145	IR3-PCI-URSECO-DUC	0.00652
38	0-URSSU-PCI-DUC	0.00673	92	IR1-PGDP-URILO-0	0.00680	146	IR1-PGDP-URSECO-DUC	0.00673
39	0-URSSU-PGDP-DUC	0.00680	93	IR2-PGDP-URILO-0	0.00674	147	IR2-PGDP-URSECO-DUC	0.00661
40	0-URSSU-PTRIM-DUC	0.00673	94	IR3-PGDP-URILO-0	0.00674	148	IR3-PGDP-URSECO-DUC	0.00656
41	IR1-0-0-0	0.00859	95	IR1-PTRIM-URILO-0	0.00675	149	IR1-PTRIM-URSECO-DUC	0.00664
42	IR2-0-0-0	0.00850	96	IR2-PTRIM-URILO-0	0.00674	150	IR2-PTRIM-URSECO-DUC	0.00658
43	IR3-0-0-0	0.00845	97	IR3-PTRIM-URILO-0	0.00674	151	IR3-PTRIM-URSECO-DUC	0.00654
44	IR1-0-0-DUC	0.00712	98	IR1-PCI-URMOD-0	0.00590	152	IR1-PCI-URSSU-DUC	0.00672
45	IR2-0-0-DUC	0.00715	99	IR2-PCI-URMOD-0	0.00590	153	IR2-PCI-URSSU-DUC	0.00672
46	IR3-0-0-DUC	0.00714	100	IR3-PCI-URMOD-0	0.00590	154	IR3-PCI-URSSU-DUC	0.00669
47	IR1-0-URILO-0	0.00683	101	IR1-PGDP-URMOD-0	0.00592	155	IR1-PGDP-URSSU-DUC	0.00683
48	IR2-0-URILO-0	0.00672	102	IR2-PGDP-URMOD-0	0.00592	156	IR2-PGDP-URSSU-DUC	0.00685
49	IR3-0-URILO-0	0.00674	103	IR3-PGDP-URMOD-0	0.00590	157	IR3-PGDP-URSSU-DUC	0.00677
50	IR1-0-URMOD-0	0.00598	104	IR1-PTRIM-URMOD-0	0.00589	158	IR1-PTRIM-URSSU-DUC	0.00675
51	IR2-0-URMOD-0	0.00594	105	IR2-PTRIM-URMOD-0	0.00591	159	IR2-PTRIM-URSSU-DUC	0.00679
52	IR3-0-URMOD-0	0.00594	106	IR3-PTRIM-URMOD-0	0.00591	160	IR3-PTRIM-URSSU-DUC	0.00674
53	IR1-0-URSECO-0	0.00677	107	IR1-PCI-URSECO-0	0.00663			
54	IR2-0-URSECO-0	0.00662	108	IR2-PCI-URSECO-0	0.00653			

Tabelle 10: Root-mean-square error des Output Gap (rollende Schätzungen)

	Modell	RMSE	Modell	RMSE	Modell	RMSE		
1	0-0-0-0	0.01078	55	IR3-0-URSECO-0	0.00572	109	IR3-PCI-URSECO-0	0.00537
2	0-0-0-DUC	0.00773	56	IR1-0-URSSU-0	0.00679	110	IR1-PGDP-URSECO-0	0.00612
3	0-0-URILO-0	0.00760	57	IR2-0-URSSU-0	0.00664	111	IR2-PGDP-URSECO-0	0.00564
4	0-0-URMOD-0	0.00604	58	IR3-0-URSSU-0	0.00647	112	IR3-PGDP-URSECO-0	0.00559
5	0-0-URSECO-0	0.00717	59	IR1-0-URILO-DUC	0.00626	113	IR1-PTRIM-URSECO-0	0.00568
6	0-0-URSSU-0	0.00709	60	IR2-0-URILO-DUC	0.00607	114	IR2-PTRIM-URSECO-0	0.00533
7	0-0-URILO-DUC	0.00777	61	IR3-0-URILO-DUC	0.00610	115	IR3-PTRIM-URSECO-0	0.00529
8	0-0-URMOD-DUC	0.00598	62	IR1-0-URMOD-DUC	0.00542	116	IR1-PCI-URSSU-0	0.00612
9	0-0-URSECO-DUC	0.00779	63	IR2-0-URMOD-DUC	0.00513	117	IR2-PCI-URSSU-0	0.00607
10	0-0-USSU-DUC	0.00804	64	IR3-0-URMOD-DUC	0.00495	118	IR3-PCI-URSSU-0	0.00588
11	0-PCI-0-0	0.01121	65	IR1-0-URSECO-DUC	0.00660	119	IR1-PGDP-URSSU-0	0.00646
12	0-PGDP-0-0	0.01102	66	IR2-0-URSECO-DUC	0.00590	120	IR2-PGDP-URSSU-0	0.00639
13	0-PTRIM-0-0	0.01134	67	IR3-0-URSECO-DUC	0.00574	121	IR3-PGDP-URSSU-0	0.00618
14	0-PCI-0-DUC	0.00781	68	IR1-0-URSSU-DUC	0.00716	122	IR1-PTRIM-URSSU-0	0.00619
15	0-PGDP-0-DUC	0.00775	69	IR2-0-URSSU-DUC	0.00700	123	IR2-PTRIM-URSSU-0	0.00619
16	0-PTIM-0-DUC	0.00771	70	IR3-0-URSSU-DUC	0.00664	124	IR3-PTRIM-URSSU-0	0.00598
17	0-URILO-PCI-0	0.00753	71	IR1-PCI-0-0	0.01062	125	IR1-PCI-URILO-DUC	0.00614
18	0-URILO-PGDP-0	0.00760	72	IR2-PCI-0-0	0.00921	126	IR2-PCI-URILO-DUC	0.00606
19	0-URILO-PTRIM-0	0.00743	73	IR3-PCI-0-0	0.00893	127	IR3-PCI-URILO-DUC	0.00609
20	0-URMOD-PCI-0	0.00548	74	IR1-PGDP-0-0	0.01097	128	IR1-PGDP-URILO-DUC	0.00624
21	0-URMOD-PGDP-0	0.00584	75	IR2-PGDP-0-0	0.00942	129	IR2-PGDP-URILO-DUC	0.00609
22	0-URMOD-PTRIM-0	0.00538	76	IR3-PGDP-0-0	0.00895	130	IR3-PGDP-URILO-DUC	0.00610
23	0-URSECO-PCI-0	0.00688	77	IR1-PTRIM-0-0	0.01030	131	IR1-PTRIM-URILO-DUC	0.00601
24	0-URSECO-PGDP-0	0.00708	78	IR2-PTRIM-0-0	0.00877	132	IR2-PTRIM-URILO-DUC	0.00600
25	0-URSECO-PTRIM-0	0.00670	79	IR3-PTRIM-0-0	0.00859	133	IR3-PTRIM-URILO-DUC	0.00607
26	0-URSSU-PCI-0	0.00641	80	IR1-PCI-0-DUC	0.00766	134	IR1-PCI-URMOD-DUC	0.00506
27	0-URSSU-PGDP-0	0.00677	81	IR2-PCI-0-DUC	0.00797	135	IR2-PCI-URMOD-DUC	0.00491
28	0-URSSU-PTRIM-0	0.00642	82	IR3-PCI-0-DUC	0.00758	136	IR3-PCI-URMOD-DUC	0.00467
29	0-URILO-PCI-DUC	0.00791	83	IR1-PGDP-0-DUC	0.00765	137	IR1-PGDP-URMOD-DUC	0.00528
30	0-URILO-PGDP-DUC	0.00784	84	IR2-PGDP-0-DUC	0.00782	138	IR2-PGDP-URMOD-DUC	0.00511
31	0-URILO-PTRIM-DUC	0.00724	85	IR3-PGDP-0-DUC	0.00764	139	IR3-PGDP-URMOD-DUC	0.00488
32	0-URMOD-PCI-DUC	0.00546	86	IR1-PTRIM-0-DUC	0.00796	140	IR1-PTRIM-URMOD-DUC	0.00503
33	0-URMOD-PGDP-DUC	0.00572	87	IR2-PTRIM-0-DUC	0.00693	141	IR2-PTRIM-URMOD-DUC	0.00493
34	0-URMOD-PTRIM-DUC	0.00538	88	IR3-PTRIM-0-DUC	0.00676	142	IR3-PTRIM-URMOD-DUC	0.00468
35	0-URSECO-PCI-DUC	0.00697	89	IR1-PCI-URILO-0	0.00622	143	IR1-PCI-URSECO-DUC	0.00610
36	0-URSECO-PGDP-DUC	0.00786	90	IR2-PCI-URILO-0	0.00622	144	IR2-PCI-URSECO-DUC	0.00559
37	0-URSECO-PTRIM-DUC	0.00676	91	IR3-PCI-URILO-0	0.00630	145	IR3-PCI-URSECO-DUC	0.00545
38	0-URSSU-PCI-DUC	0.00657	92	IR1-PGDP-URILO-0	0.00635	146	IR1-PGDP-URSECO-DUC	0.00637
39	0-URSSU-PGDP-DUC	0.00679	93	IR2-PGDP-URILO-0	0.00627	147	IR2-PGDP-URSECO-DUC	0.00582
40	0-URSSU-PTRIM-DUC	0.00655	94	IR3-PGDP-URILO-0	0.00634	148	IR3-PGDP-URSECO-DUC	0.00563
41	IR1-0-0-0	0.01108	95	IR1-PTRIM-URILO-0	0.00614	149	IR1-PTRIM-URSECO-DUC	0.00589
42	IR2-0-0-0	0.00946	96	IR2-PTRIM-URILO-0	0.00620	150	IR2-PTRIM-URSECO-DUC	0.00550
43	IR3-0-0-0	0.00885	97	IR3-PTRIM-URILO-0	0.00631	151	IR3-PTRIM-URSECO-DUC	0.00535
44	IR1-0-0-DUC	0.00772	98	IR1-PCI-URMOD-0	0.00501	152	IR1-PCI-URSSU-DUC	0.00646
45	IR2-0-0-DUC	0.00770	99	IR2-PCI-URMOD-0	0.00490	153	IR2-PCI-URSSU-DUC	0.00642
46	IR3-0-0-DUC	0.00759	100	IR3-PCI-URMOD-0	0.00475	154	IR3-PCI-URSSU-DUC	0.00610
47	IR1-0-URILO-0	0.00637	101	IR1-PGDP-URMOD-0	0.00528	155	IR1-PGDP-URSSU-DUC	0.00672
48	IR2-0-URILO-0	0.00624	102	IR2-PGDP-URMOD-0	0.00513	156	IR2-PGDP-URSSU-DUC	0.00671
49	IR3-0-URILO-0	0.00632	103	IR3-PGDP-URMOD-0	0.00499	157	IR3-PGDP-URSSU-DUC	0.00632
50	IR1-0-URMOD-0	0.00545	104	IR1-PTRIM-URMOD-0	0.00502	158	IR1-PTRIM-URSSU-DUC	0.00647
51	IR2-0-URMOD-0	0.00519	105	IR2-PTRIM-URMOD-0	0.00496	159	IR2-PTRIM-URSSU-DUC	0.00648
52	IR3-0-URMOD-0	0.00511	106	IR3-PTRIM-URMOD-0	0.00479	160	IR3-PTRIM-URSSU-DUC	0.00613
53	IR1-0-URSECO-0	0.00633	107	IR1-PCI-URSECO-0	0.00583			
54	IR2-0-URSECO-0	0.00575	108	IR2-PCI-URSECO-0	0.00539			

Die Modellvarianten sind in den Tabellen 9 und 10 in der Reihenfolge angeordnet, die sich durch die Erhöhung der binären Zahl 0000 um je Eins ergibt (0000, 0001, 0010, 0011, 0100, ...). Die Modelle sind zudem von 1 (HP-Filter) bis 160 (IR3-PTRIM-URSSU-DUC) durchnummeriert.

Unter den Modellen mit nur einer konditionierenden Variablen (olivgrün unterlegte Bereiche) unterliegt der Output Gap in Modell Nr. 4 (0-0-URMOD-0) der kleinsten Schätzunsicherheit. Direkt unterhalb der olivgrün markierten Bereiche sind die Modelle aufgeführt, die zusätzlich auf DUC konditioniert sind. In den auf die Arbeitslosenquote konditionierten Modellen ist diese zusätzliche Konditionierung wirkungslos oder führt sogar zu leicht erhöhten Standardfehlern und RMSE. In den nur auf die Inflationsrate bzw. die Investitionsquote konditionierten Modellen nehmen die Standardfehler und die RMSE hingegen spürbar ab, wenn DUC als zweite konditionierende Variable hinzugefügt wird.

Die auf die Arbeitslosenquote und die Inflationsrate konditionierten Modelle sind orange unterlegt. Unter den 12 möglichen Kombinationen schneidet das Modell Nr. 22 (0-URMOD-PTRIM-0) am besten ab. Direkt darunter sind die Modelle aufgeführt, die zusätzlich auf DUC konditioniert sind. Damit wird keine Verbesserung erzielt. Die Standardfehler und RMSE nehmen teilweise sogar zu.

Die Modelle, die die Arbeitslosenquote mit der Investitionsquote kombinieren, sind hellgrau markiert. Das Modell Nr. 52 (IR3-0-URMOD-0) schneidet am besten ab. Die zusätzliche Konditionierung auf DUC in den darunter angeordneten Modellen bringt nichts.

Kombiniert man die Investitionsquote mit der Inflationsrate (violett unterlegter Bereich), so ergeben sich Standardfehler und RMSE, die durchwegs grösser sind als in den Modellen, die auf die Arbeitslosenquote konditioniert sind. In den Modellen unterhalb des violett markierten Bereichs wird mit der zusätzlichen Konditionierung auf DUC eine Verbesserung erzielt. Generell lässt sich festhalten, dass der Einbezug von DUC die Schätzunsicherheit bei Absenz der Arbeitslosenquote vermindert, jedoch wirkungslos bleibt, wenn die Arbeitslosenquote im Modell erscheint.

Die 36 Versionen mit der Arbeitslosenquote, der Investitionsquote und der Inflationsrate als konditionierende Variablen sind gelb unterlegt. Der kleinste RMSE resultiert für das Modell Nr. 100 (IR3-PCI-URMOD-0). Hinsichtlich des Standardfehlers schneiden Modelle, die URMOD mit IR1 oder IR2 bzw. mit PTRIM oder PGDP kombinieren, praktisch gleich gut ab. Die zusätzliche Konditionierung auf DUC in den Modellen unterhalb des gelb markierten Bereichs ist nahezu wirkungslos. Die kleinsten Werte für den Standardfehler und den RMSE des Output Gap weist das Modell Nr. 136 (IR3-PCI-URMOD-DUC) auf. Mit 0.00588 bzw. 0.00467 sind sie aber nur marginal kleiner als im Modell Nr. 100 (0.00590 bzw. 0.00475).

Lässt man in den auf URMOD konditionierten Modellen die Inflationsrate weg (hellgrau), so nehmen der Standardfehler und der RMSE nur unbedeutend zu. Etwas stärker wirkt sich das Weglassen der Investitionsquote aus (orange). Selbst im Modell Nr. 4, das nur auf URMOD konditioniert ist, nimmt der Standardfehler des Output Gap gegenüber Modell Nr. 136 nur unwesentlich zu (0.00602 vs. 0.00588). Etwas ausgeprägter ist die Verschlechterung bezüglich des RMSE (0.00604 vs. 0.00467).

Insgesamt ergibt sich der Schluss, dass die Schätzunsicherheit im Vergleich zum HP-Filter in erster Linie durch die Konditionierung auf die Arbeitslosenquote tief gehalten wird, insbesondere wenn diese mit URMOD gemessen wird. Die zusätzlichen Konditionierungen auf die Investitionsquote und die Inflationsrate tragen ebenfalls etwas zur Verminderung der Schätzunsicherheit bei, wobei der Investitionsquote

eine grössere Bedeutung zukommt als der Inflationsrate. Die Kapazitätsauslastung trägt nur bei Absenz der Arbeitslosenquote in nennenswertem Ausmass zur Verminderung der Schätzgenauigkeit bei.

Nachstehend soll das umfassende Modell SS_ALL in der besten Version IR3-PCI-URMOD-DUC etwas detaillierter diskutiert werden. Der Übersichtlichkeit halber wird das Gleichungssystem von Seite 13, ergänzt mit den verwendeten Messreihen, hier nochmals dargestellt:

Modell SS_ALL

$$yp_t = yp_{t-1} + g_{t-1} \quad (S1)$$

$$g_t = g_{t-1} + \varepsilon_t^g \quad \varepsilon_t^g \sim N(0, \sigma_g^2) \quad \sigma_g^2 = e^{\theta_1} \quad (S2)$$

$$y_t = yp_t + \varepsilon_t^y \quad \varepsilon_t^y \sim N(0, \sigma_y^2) \quad \sigma_y^2 = \lambda \sigma_g^2 \quad (B1)$$

$$gap_t = \varepsilon_t^y \quad (R)$$

$$duc_t = \beta_1 + \beta_2 gap_t + \varepsilon_t^{duc} \quad \varepsilon_t^{duc} \sim N(0, \sigma_{duc}^2) \quad \sigma_{ur}^2 = e^{\theta_2} \quad (B2)$$

$$ur_t = \beta_3 + \beta_4 gap_t + \varepsilon_t^{ur} \quad \varepsilon_t^{ur} \sim N(0, \sigma_{ur}^2) \quad \sigma_{ur}^2 = e^{\theta_3} \quad (B3)$$

$$p_t = \beta_5 + \beta_6 p_{t-4} + \beta_7 t + \beta_8 gap_t + \varepsilon_t^p \quad \varepsilon_t^p \sim N(0, \sigma_p^2) \quad \sigma_p^2 = e^{\theta_4} \quad (B4)$$

$$ir_t = \beta_9 + \beta_{10} t + \beta_{11} gap_t + \varepsilon_t^p \quad \varepsilon_t^p \sim N(0, \sigma_p^2) \quad \sigma_p^2 = e^{\theta_5} \quad (B5)$$

duc_t = DUC (KOF-Kapazitätsauslastung)

ur_t = URMOD (Arbeitslosenquote aus den "Rekrutierungsschwierigkeiten" abgeleitet)

p_t = PCI (Konsumteuerung gegenüber Vorjahr)

ir_t = IR3 (Anteil der Anlageinvestitionen ohne Wohnbau am BIP)

Tabelle 11 präsentiert die Schätzergebnisse. Im Vergleich zu den einzeln ins Modell eingefügten Beobachtungsgleichungen (Tabellen 2, 4, 6 und 8) verändert sich die konditionierende Rolle der vier Beobachtungsvariablen zum Teil recht deutlich:

- Die Bedeutung der Kapazitätsauslastung DUC nimmt spürbar ab. Der Schätzwert für β_2 ist kleiner, die Fehlervarianz σ_{duc}^2 ist grösser, und die Korrelation mit dem Output Gap verringert sich.
- Bei der Inflationsgleichung ändern sich die β 's nur wenig. Anders als bei der Kapazitätsauslastung nimmt die Fehlervarianz σ_p^2 leicht ab, und die Korrelation mit dem Output Gap steigt etwas an. Mit anderen Worten wirkt die Inflationsrate in Kombination mit den anderen Beobachtungsreihen etwas stärker konditionierend als wenn sie allein ins Modell eingebaut wird.
- An der Gleichung für die Arbeitslosenquote ändert sich praktisch nichts; URMOD ist unverändert stark und weitaus stärker als die anderen Beobachtungsreihen mit dem aus dem Gesamtmodell resultierenden Output Gap korreliert.
- Die Gleichung für die Investitionsquote präsentiert sich leicht verändert. Im Unterschied zur Inflationsgleichung schwächt sich ihre konditionierende Rolle aufgrund der Konkurrenz mit den anderen Beobachtungsreihen etwas ab. Dies zeigt sich in Form eines verminderten β_{11} , einer erhöhten Fehlervarianz σ_{ir}^2 und einer leicht verringerten Korrelation mit dem Output Gap.

Beurteilt anhand der Fehlervarianzen der Beobachtungsgleichungen dominiert URMOD als konditionierende Variable, gefolgt von IR3, PCI und DUC.

Tabelle 11: State-Space Modell SS_ALL

Version IR3-PCI-URMOD-DUC

Sample: 1990Q1 2019Q2

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
θ_1	-15.33414	0.177797	-86.24528	0.0000
θ_2	-7.780744	0.206590	-37.66273	0.0000
θ_3	-12.34516	0.195001	-63.30820	0.0000
θ_4	-9.491464	0.225639	-42.06481	0.0000
θ_5	-10.63048	0.227131	-46.80326	0.0000
β_1	0.830745	0.002962	280.4411	0.0000
β_2	0.821577	0.176270	4.660896	0.0000
β_3	0.037819	0.001075	35.17200	0.0000
β_4	-0.434733	0.028760	-15.11609	0.0000
β_5	0.018360	0.006047	3.036203	0.0024
β_6	0.442145	0.101324	4.363675	0.0000
β_7	-0.000127	4.85E-05	-2.623460	0.0087
β_8	0.365022	0.059293	6.156221	0.0000
β_9	0.183776	0.002077	88.48702	0.0000
β_{10}	8.56E-05	2.00E-05	4.286309	0.0000
β_{11}	0.338025	0.044233	7.641827	0.0000
Log likelihood	1965.763	Akaike info criterion	-33.04683	
Parameters	16	Schwarz criterion	-32.67114	
Variance σ_y^2 (signal y_t)	0.000350		(= $\lambda\sigma_g^2$)	
Variance σ_g^2 (Trend Growth)	2.19E-07		(= e^{θ_1})	
Variance σ_{duc}^2 (signal duc_t)	0.000418		(= e^{θ_2})	
Variance σ_{ur}^2 (signal ur_t)	4.35E-06		(= e^{θ_3})	
Variance σ_p^2 (signal p_t)	7.55E-05		(= e^{θ_4})	
Variance σ_{ir}^2 (signal ir_t)	2.42E-05		(= e^{θ_5})	
Std.error <i>gap</i> at endpoint	0.00588			
Correlation <i>gap</i> and <i>duc</i>	0.62907			
Correlation <i>gap</i> and <i>ur</i>	0.94568			
Correlation <i>gap</i> and <i>p</i>	0.59183			
Correlation <i>gap</i> and <i>ir</i>	0.70709			
Correlation <i>gap</i> and HPGAP	0.92338			
Root-mean-squared errors (rolling estimation)				
	RMSE	Std.deviation	RMSE/Std.deviation	
Output Gap	0.00467	0.01656	0.28222	
Potential Growth	0.00111	0.00138	0.80002	

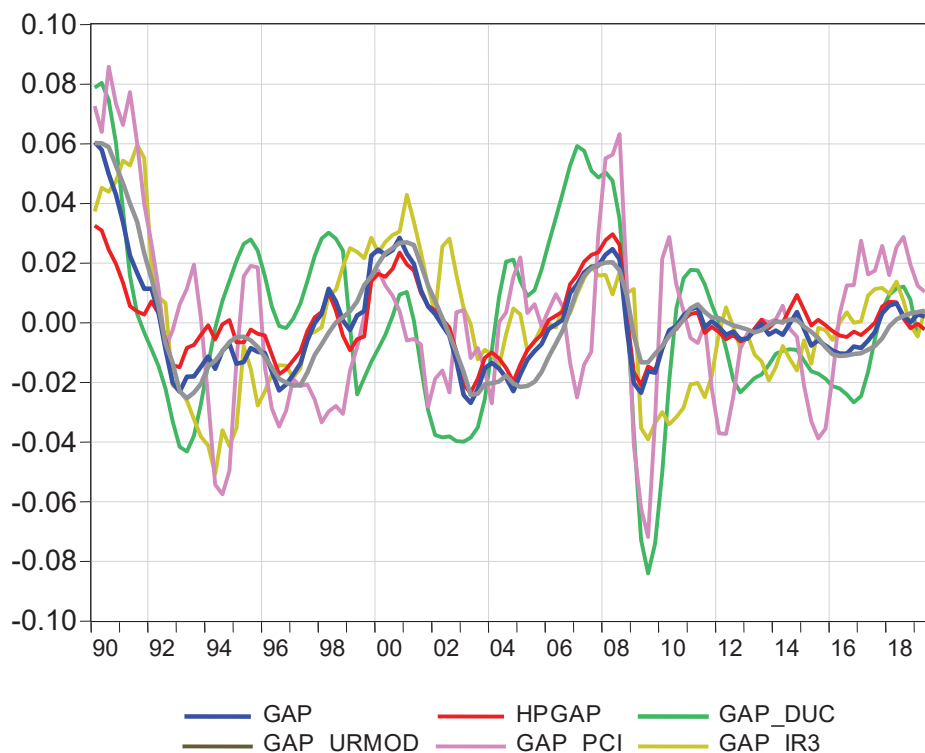
Wie Grafik 14 zeigt, wird der vom Modell SS_ALL bestimmte Output Gap (blau) stark vom Signal geführt, das von URMOD ausgeht (grau). Der Output Gap weicht aber über den ganzen Zeitraum betrachtet nur moderat vom HPGAP (rot) ab; die Korrelation beträgt 0.923. Mitte der 1990er Jahre sowie nach der Aufhebung des Mindestkurses kommt der Output Gap jedoch spürbar unter den HPGAP zu liegen. Die anderen konditionierenden Variablen vermitteln dem Modell teilweise widersprüchliche Signale. Mitte der 1990er Jahre deuten IR3 und PCI auf einen stärker negativen Output Gap hin, das von DUC ausgehende Signal geht aber in die andere Richtung. Im Vorfeld der Finanzkrise weist DUC nach oben, PCI aber nach unten. Diese vom Modell ohnehin nur schwach gewichteten Signale heben sich gegenseitig weitgehend auf. Etwas anders verhält es sich zur Zeit der Finanzkrise: DUC, IR3 und PCI signalisieren einen deutlich negativen Output Gap. Gemäss URMOD müsste er demgegenüber etwas weniger stark negativ sein. Insgesamt verschiebt er sich gegenüber dem HPGAP nur leicht nach unten. Ganz am Schluss des Schätzzeitraums liegen die Signale praktisch deckungsgleich bei einem Output Gap in der Nähe von null, mit Ausnahme des PCI-Signals, das nach 2016 auf einen positiven Output Gap hindeutet.

Grafik 14: Output Gap – Modell SS_ALL

GAP: Modell konditioniert auf IR3, PCI, URMOD und DUC

HPGAP: HP-Filter

GAP_DUC, GAP_URMOD, GAP_PCI und GAP_IR3: Signale der Beobachtungsreihen



Angesichts der dominierenden Rolle von URMOD stellt sich die Frage, was die Konditionierung auf die anderen Beobachtungsreihen überhaupt bringt. Wie ein Vergleich von Grafik 14 mit Grafik 8 zeigt, resultiert aus dem Modell, das nur auf URMOD konditioniert ist (SS_URMOD), praktisch der gleiche

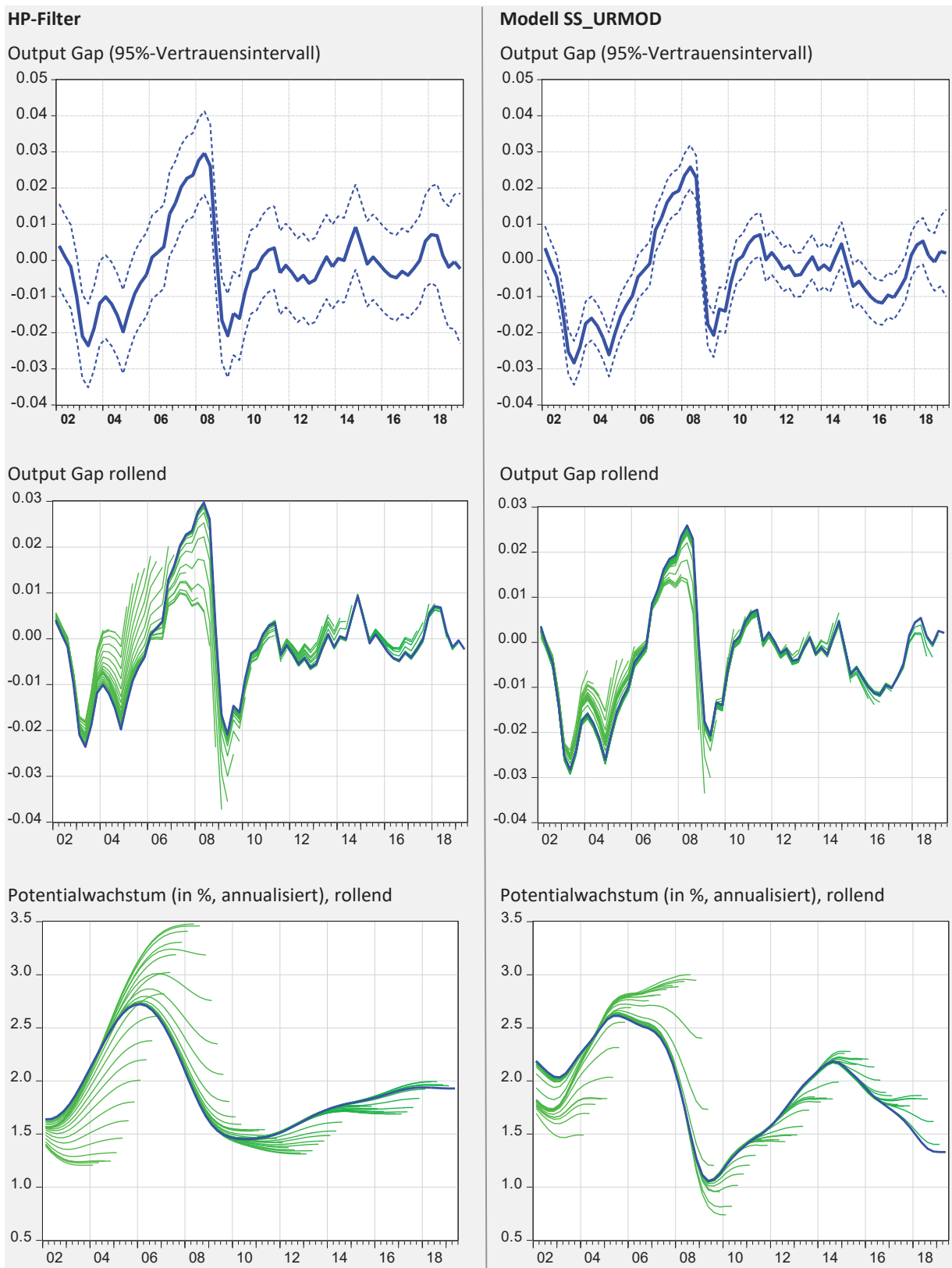
Verlauf des Output Gap wie aus dem umfassenden Modell SS_ALL. Die Korrelation zwischen den beiden Gap-Massen beträgt 0.996. Die zusätzlichen Konditionierungen ändern also am Verlauf des Output Gap praktisch nichts. Sie tragen aber zur Verminderung der Schätzunsicherheit bei. Der Standardfehler des Output Gap geht von 0.00602 auf 0.00588 zurück, und der RMSE des rollend geschätzten Output Gap fällt von 0.00603 etwas deutlicher auf 0.00467. Ob sich damit die Erweiterung des Modells rechtfertigt, mag fraglich erscheinen.

Eine nach Zeitabschnitten differenzierte Beurteilung dieser Frage lässt sich anhand der Grafiken 15 und 16 gewinnen. Grafik 15 vergleicht das Modell SS_URMOD mit dem HP-Filter. Die Schätzunsicherheit des HP-Filters wird durch die Konditionierung auf URMOD markant vermindert. Am heutigen aktuellen Rand (2019q2) wird das 95%-Vertrauensintervall des Output Gap mehr als halbiert. Noch ausgeprägter ist die Verbesserung hinsichtlich der rollend ermittelten Randwert-Instabilität. Vor allem von 2003 bis zur Finanzkrise weichen die Randpunkte des Output Gap (Endpunkte der grünen Linien) viel weniger von den definitiven, über den vollen Stützbereich 1990q1-2019q2 geschätzten Werten ab (blaue Linie). Wie Grafik 16 zeigt, ist in dieser Phase das Modell SS_ALL dem Modell SS_URMOD überlegen. Die Randwerte des Output Gap unterliegen kleineren nachträglichen Revisionen. Das Gleiche gilt für die Randwerte des Potentialwachstums: Die Korrektur der Randwerte erfolgt rascher; sie liegen schon nach wenigen zusätzlichen Beobachtungswerten in der Nähe der definitiven Schätzung. Nach 2009 hält sich die Randwert-Instabilität dank der ruhigeren Wirtschaftsentwicklung in relativ engen Grenzen. Die Randwert-Instabilität des HP-Filters wird von beiden State-Space-Modellen fast vollständig eliminiert, wobei das Modell SS_ALL dem Modell SS_URMOD kaum mehr überlegen ist.

Fazit

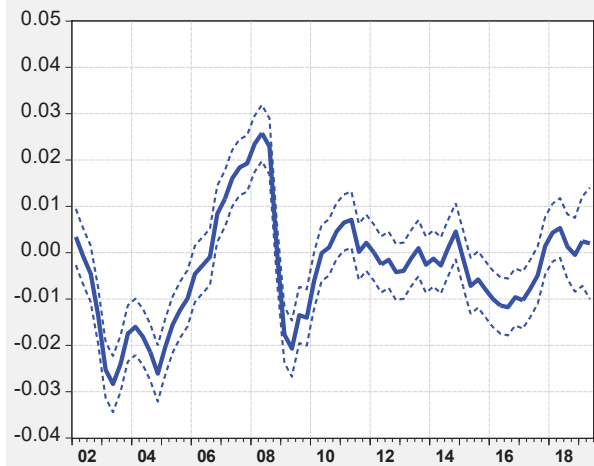
Die erweiterte Konditionierung der Modells SS_ALL im Vergleich zum Modell SS_URMOD erweist sich vor allem dann als vorteilhaft, wenn die Wirtschaftsaktivität starken Schwankungen unterliegt. Gegenüber dem HP-Filter resultiert aber bereits aus der alleinigen Konditionierung auf URMOD eine markante Verminderung der Schätzunsicherheit.

Grafik 15: Vergleich HP-Filter vs. Modell SS_URMOD

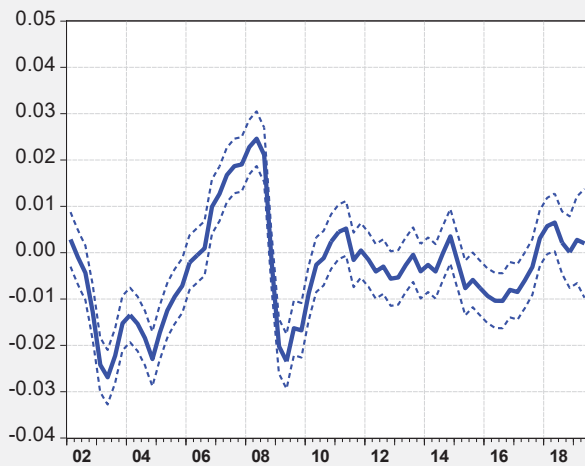


Grafik 16: Vergleich Modell SS_URMOD vs. Modell SS_ALL (Version IR3-PCI-URMOD-DUC)**Modell SS_URMOD**

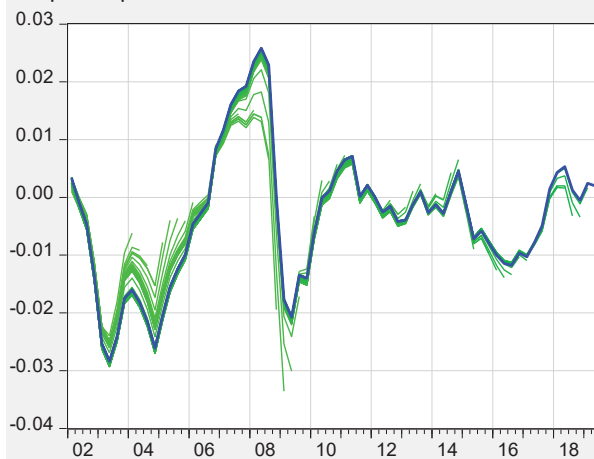
Output Gap (95%-Vertrauensintervall)

**Modell SS_ALL**

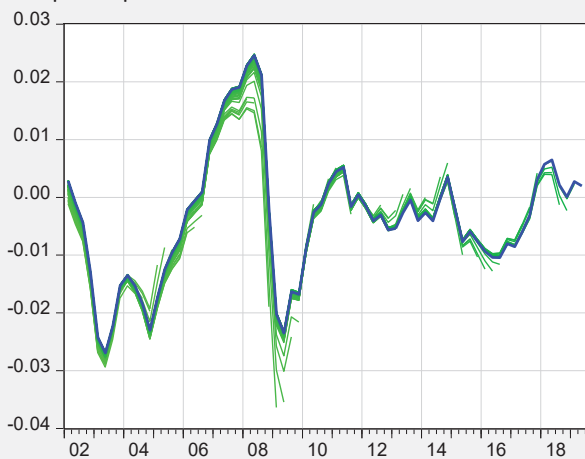
Output Gap (95%-Vertrauensintervall)



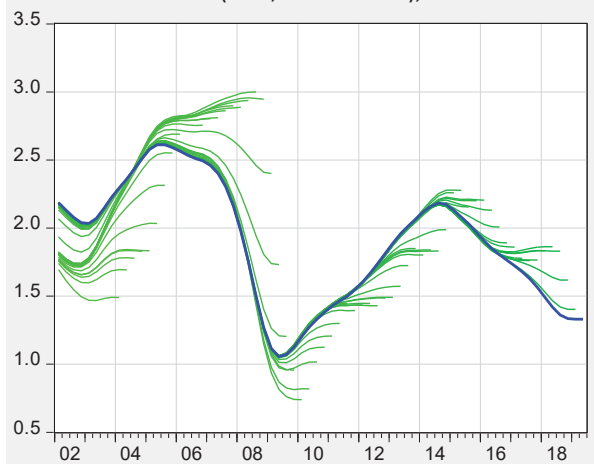
Output Gap rollend



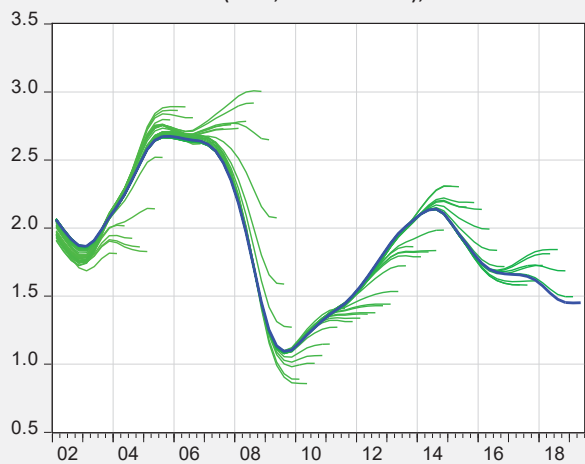
Output Gap rollend



Potentialwachstum (in %, annualisiert), rollend



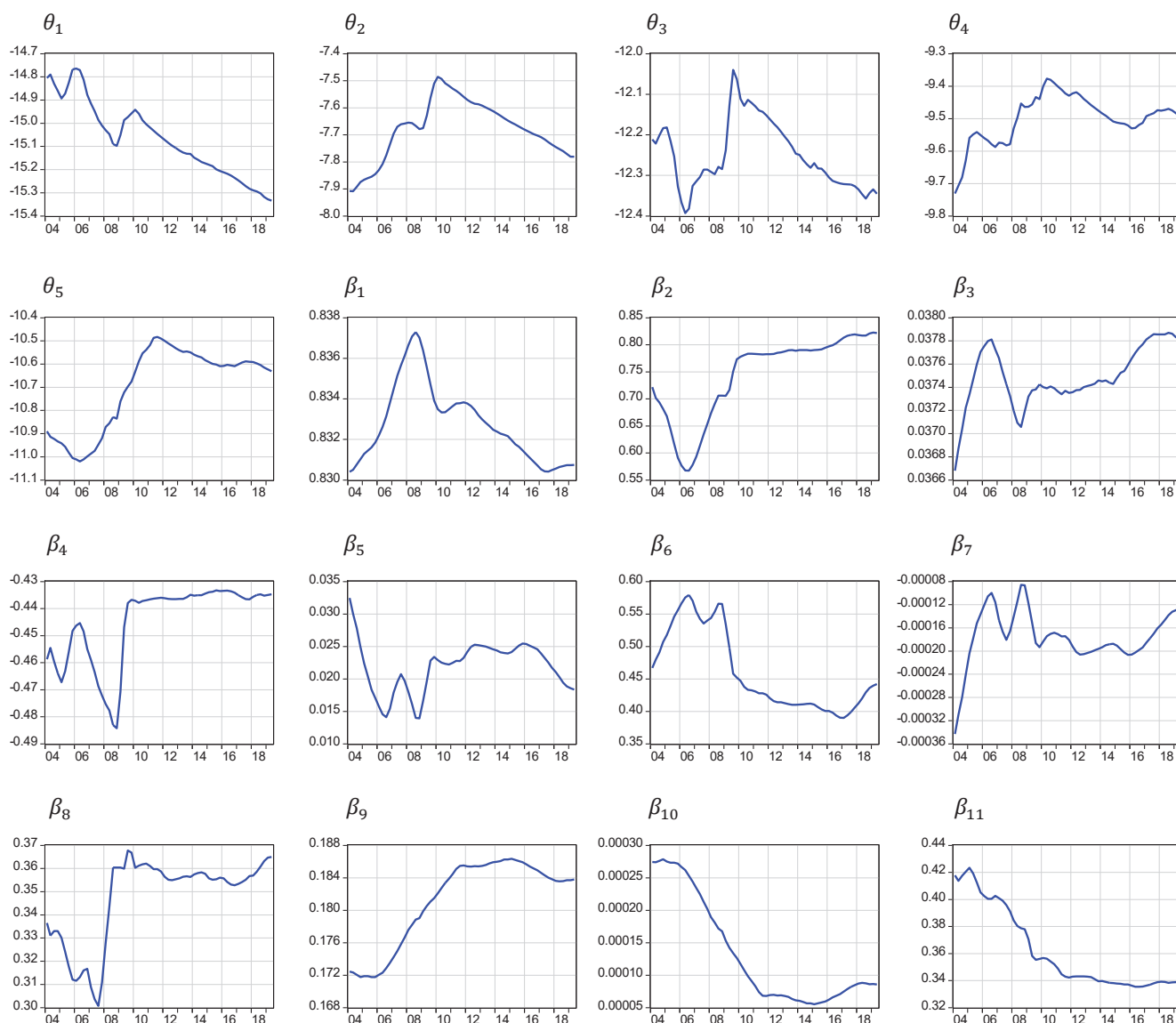
Potentialwachstum (in %, annualisiert), rollend



Wie Grafik 17 zeigt, erweisen sich die Parameter des Modells SS_ALL in rollenden Schätzungen als recht stabil. Die θ 's werden zur Zeit der Finanzkrise von 2008 etwas weniger stark negativ, was erhöhte Fehlervarianzen impliziert, gehen aber beim Einbezug weiterer Datenpunkte wieder zu stärker negativen Werten zurück. Eine Ausnahme stellt die mehr oder weniger gleichmässige Tendenz von θ_1 zu stärker negativen Werten dar. Dies bedeutet, dass die Volatilität des Potentialwachstums mit dem sukzessiven Einbezug von aktuelleren Daten abnimmt. Unter den β 's interessieren vor allem β_2 , β_4 , β_8 und β_{11} , welche den Zusammenhang der vier Beobachtungsvariablen mit dem Output Gap messen. Die mit der Ausweitung des Stützbereichs verbundenen Änderungen halten sich in engen Grenzen. Einen relativ ausgeprägten Sprung zu höheren Werten macht β_8 (Inflation und Output Gap) im Jahr 2008. Insgesamt ist aber auch für die Inflationsgleichung keine gravierende Parameterinstabilität festzustellen.

Grafik 17: Rollende Parameterschätzung – Modell SS_ALL

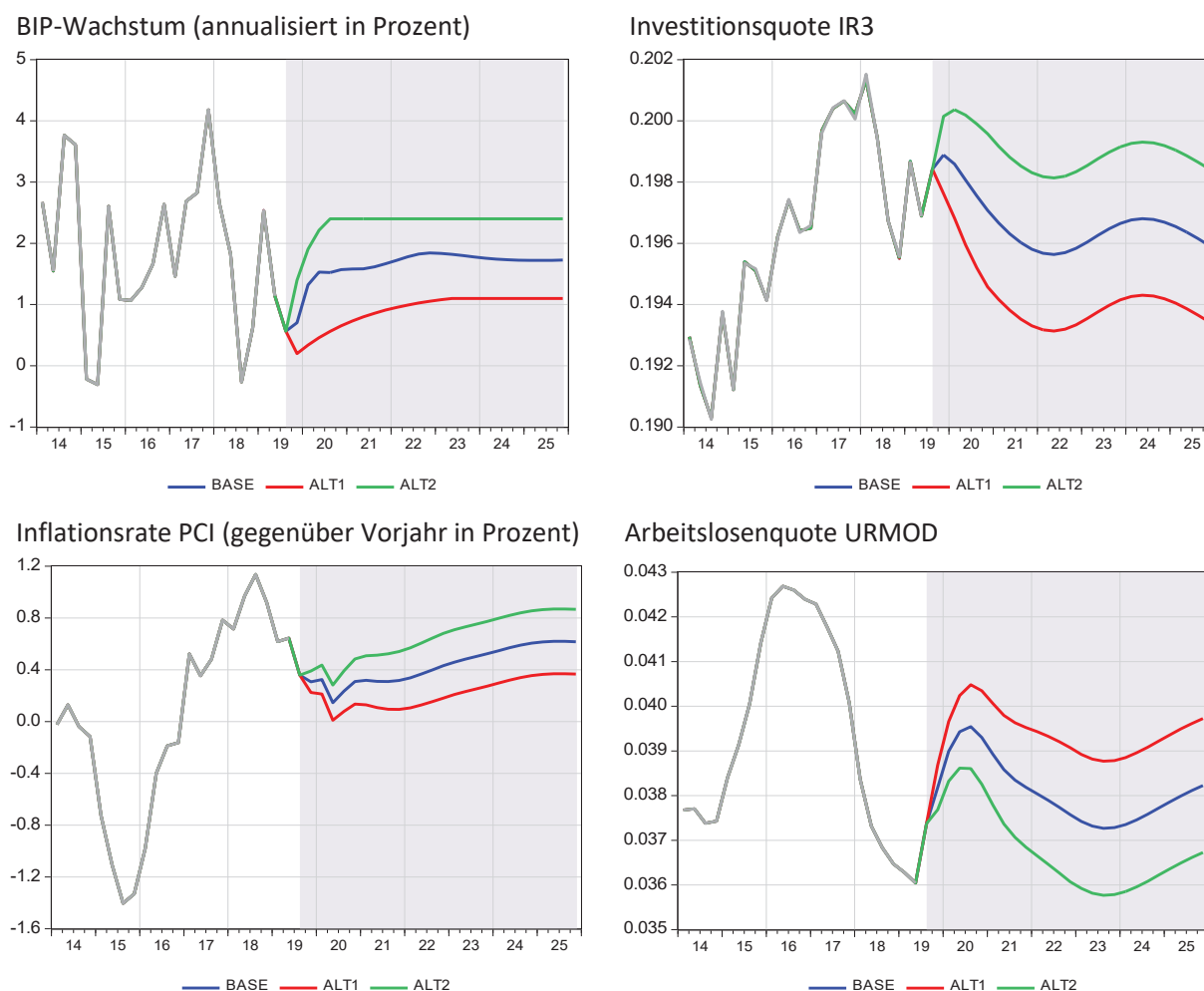
Ausweitung des Stützbereichs von 1990q1-2014q1, 1990q1-2004q2 bis 1990q1-2019q2



4. Prognostische Verwendung von Filtermethoden

Die von Filtermethoden vorgenommene Aufspaltung der BIP-Entwicklung in Trend und Zyklus basiert primär auf statistischen Kriterien. Die eigentlichen ökonomischen Treiber des Wirtschaftswachstums bleiben – anders als im Produktionsfunktionsansatz – im Hintergrund. Somit ist zum Vorneherein klar, dass die Filterverfahren für wirtschaftspolitische Analysen und Potentialprognosen nur bedingt geeignet sind. Sie liefern zwar am aktuellen Rand eine Schätzung für das Potentialwachstum. Diese Randwerte sind aber – wie die Grafiken 15 und 16 zeigen – sehr revisionsanfällig. Die Idee, Potentialprognosen darauf abzustützen, ist deshalb zu verwerfen. Ein anderes Verfahren besteht darin, das BIP und die konditionierenden Beobachtungsreihen über den aktuellen Rand hinaus mit Prognosewerten zu ergänzen, und die Filter über den so verlängerten Stützbereich laufen zu lassen. Dieses Verfahren wird im Folgenden für die aktuelle Prognosesituation anhand von drei Szenarien illustriert (Grafik 18). Das Szenario BASE unterstellt – in Anlehnung auf die zurzeit verfügbaren Prognosen – ein moderates Anziehen der Konjunktur. ALT1 entspricht einer pessimistischeren und ALT2 einer optimistischeren Sicht. Weil für die industrielle Kapazitätsauslastung keine Prognosen vorliegen, wird im Folgenden die ohnehin praktisch wirkungslose DUC-Gleichung aus dem Modell entfernt (Modell IR3-PCI-URMOD-0).

Grafik 18: Annahmen zur Entwicklung der Beobachtungsvariablen im Prognosezeitraum



Wie Grafik 19 zeigt, nimmt der mit dem HP-Filter berechnete Output Gap im pessimistischen Szenario ALT1 am aktuellen Rand viel höhere Werte an als im BASE-Szenario. Der Grund dafür ist in der rechten Spalte von Grafik 19 zu sehen. Das ab 2019q4 tiefere BIP-Wachstum zieht das Potentialwachstum bereits ab 2017 nach unten. Folglich kommt das BIP stärker über den Potentialoutput zu liegen als im BASE-Szenario, obwohl sich die Szenarien ALT1 und BASE bis zu diesem Zeitpunkt nicht unterscheiden. Auch im Prognosezeitraum ist der Output Gap zunächst höher als im BASE-Szenario und fällt erst 2021 leicht darunter. Im optimistischen Szenario ALT2 verhält es sich spiegelbildlich: Das im Prognosezeitraum stärkere BIP-Wachstum zieht das Potentialwachstum und damit den Potentialoutput rückwirkend nach oben, so dass der Output Gap am, vor und nach dem aktuellen Rand tiefer zu liegen kommt und den BASE-Pfad erst ab 2021 übersteigt.

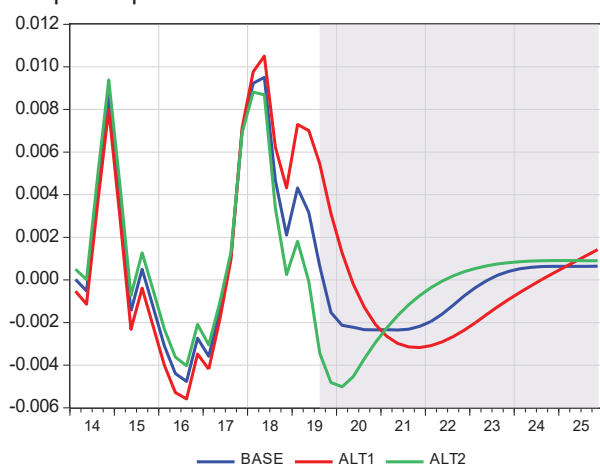
Das Ergebnis, dass der Output Gap von der unterstellten BIP-Prognose rückwirkend beeinflusst wird, ist ökonomisch nicht zu erklären, denn die zu einem bestimmten Zeitpunkt vorhandene Produktionskapazität ist durch den Kapitalstock, den Arbeitseinsatz und die Technologie gegeben, und daran ändert die nachfolgende BIP-Entwicklung nichts. Der HP-Filter berechnet den Potentialoutput aber nicht aufgrund dieser ökonomischen Bestimmungsfaktoren, sondern leitet ihn statistisch aus der BIP-Entwicklung ab. Wie schon bei der Diskussion der Randwert-Instabilität festgestellt, ist deshalb mit nachträglichen Revisionen zu rechnen. Wenn die Revisionen eine Folge von zusätzlichen tatsächlichen BIP-Realisationen sind, kann vermutet werden, dass sie näher zur Realität führen. So mag z.B. ein anhaltend hohes BIP-Wachstum (das in erweiterten Filterverfahren nicht von einem entsprechenden Anstieg der Inflation oder einem entsprechenden Rückgang der Arbeitslosigkeit begleitet ist) dafür sprechen, dass der Potentialoutput und sein Wachstum höher sein müssen als zuvor angenommen. Wirklich gesichert ist dies allerdings nicht. So zeigt z.B. Grafik 15, dass der HP-Filter das Potentialwachstum in den Jahren 2006 und 2007 unter dem Eindruck der expansiven BIP-Entwicklung zunächst immer weiter nach oben revidiert, mit dem Einbruch des BIP in der Finanzkrise dann aber zum Schluss kommt, dass das Potentialwachstum doch nicht so hoch gewesen sein kann. Noch weniger gesichert ist eine grössere Realitätsnähe der Potentialschätzung, wenn die Erweiterung der Datenbasis aus Prognosewerten besteht.

Im Modell IR3-PCI-URMOD-0 sorgt die Konditionierung auf die zusätzlichen Beobachtungsreihen dafür, dass die Einschätzung der Situation am aktuellen Rand besser abgestützt ist und nachträglich nur geringen Revisionen unterliegt. Während das Potentialwachstum im HP-Filter schon ab 2017 auf die unterschiedlichen Prognoseannahmen reagiert, tritt dieser Effekt im konditionierten Modell erst später und weniger stark in Erscheinung (Grafik 19, unten). Entsprechend halten sich die Auswirkungen auf den Output Gap am aktuellen Rand in Grenzen, und der Output Gap kommt im Szenario ALT1 (ALT2) – wie dies für ein pessimistisches (optimistisches) Szenario zu erwarten ist – schon früh im Prognosezeitraum unter (über) die Entwicklung von BASE zu liegen.

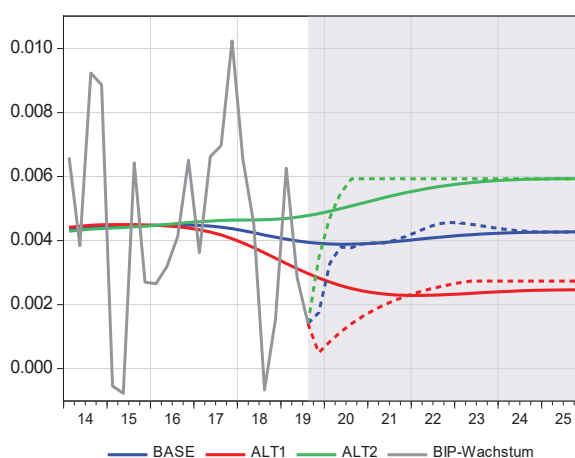
Für langfristige Potentialprognosen sind Filterverfahren prinzipiell ungeeignet. Die vorzugebende BIP-Entwicklung hätte langfristig selbst den Charakter eines Trends, zu dem der Potentialpfad zwangsläufig konvergiert. Der Potentialpfad wäre also mit der unterstellten BIP-Entwicklung bereits annahmegemäss festgelegt, und die von den Filterverfahren bezweckte Aufspaltung in Trend und Zyklus würde hinfällig.

Grafik 19: Prognose von Output Gap und Potentialwachstum

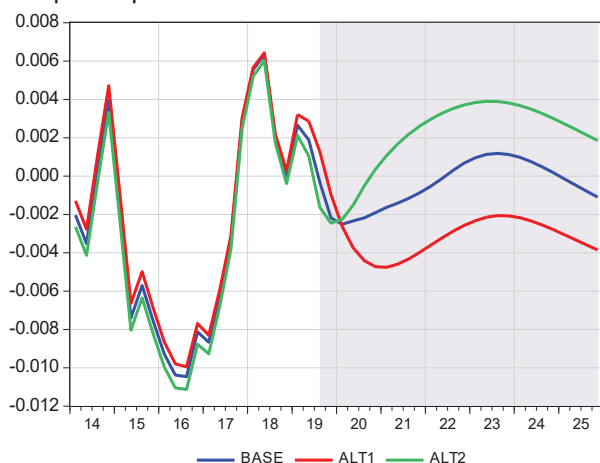
Output Gap: HP-Filter



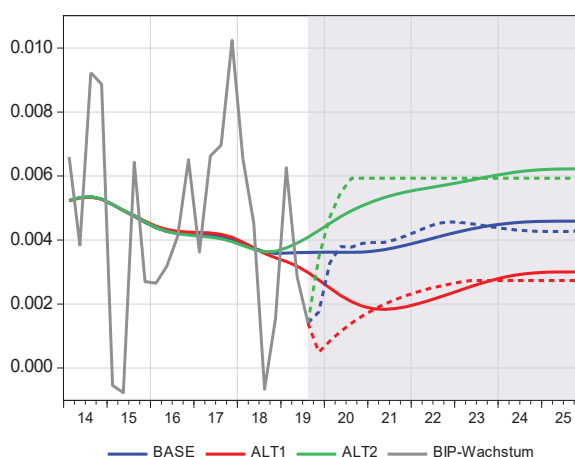
Potentialwachstum: HP-Filter



Output Gap: Modell IR3-PCI-URMOD-0



Potentialwachstum: Modell IR3-PCI-URMOD-0

**Fazit**

Für die Prognose von Potentialoutput und Output Gap mit Filtermethoden muss die zukünftige Entwicklung der Beobachtungsvariablen vorgegeben werden. Dabei macht sich das Problem der Randwert-Instabilität insofern störend bemerkbar, als sich die Einschätzung der Situation am aktuellen Rand je nach der unterstellten BIP-Entwicklung deutlich verändern kann. Besonders stark sind diese Revisionen – als Ausdruck der ausgeprägten Schätzunsicherheit am aktuellen Rand – beim HP-Filter. Dass der Output Gap von der nachfolgenden BIP-Entwicklung beeinflusst wird, ist ökonomisch nicht plausibel, denn die am aktuellen Rand verfügbare Produktionskapazität lässt sich nachträglich nicht verändern. Dass es zu Revisionen kommt, liegt aber in der Natur der statistisch orientierten Filterverfahren. In den ökonomisch erweiterten State-Space-Modellen sorgt die Konditionierung auf zusätzliche Beobachtungsvariablen dafür, dass die Einschätzung von Potentialoutput und Output Gap am aktuellen Rand besser abgestützt und somit weniger revisionsanfällig ist. Sie sind deshalb dem HP-Filter auch in prognostischer Verwendung vorzuziehen.

5. Ein strukturell modifiziertes State-Space-Modell

Das in diesem Abschnitt diskutierte Modell SS2 basiert auf einer veränderten State-Gleichung für das Potentialwachstum. Anstelle der Spezifikation als "random walk"

$$g_t = g_{t-1} + \varepsilon_t^g \quad \varepsilon_t^g \sim N(0, \sigma_g^2) \quad \sigma_g^2 = e^{\theta_1} \quad (S2)$$

wird das Potentialwachstum als ein vom Output Gap getriebener AR(2)-Prozess dargestellt:

$$g_t = \gamma_1 + \gamma_2 g_{t-1} + \gamma_3 g_{t-2} + \gamma_4 gap_{t-1} + \varepsilon_t^g \quad \varepsilon_t^g \sim N(0, \sigma_g^2) \quad \sigma_g^2 = e^{\theta_1} \quad (S2')$$

Dieser Gleichung liegt die Vorstellung zugrunde, dass ein positiver (negativer) Output Gap über die Investitionstätigkeit ein erhöhtes (vermindertes) Potentialwachstum nach sich zieht ($\gamma_4 > 0$). Die "random walk"-Spezifikation S2 ist unter der Restriktion $\gamma_1 = \gamma_3 = \gamma_4 = 0$ und $\gamma_2 = 1$ als Spezialfall in S2' enthalten. Die empirischen Schätzwerte sprechen aber klar gegen diese Restriktion. Somit involviert das Modell SS2 einen strukturellen Mechanismus, der im vorstehend diskutierten Modell nicht präsent ist.

Auch für das Modell SS2 werden alle möglichen Kombinationen von Beobachtungsgleichungen und Messreihen durchgespielt. In den rollenden Schätzungen der 160 Modellvarianten zeigen sich zwei Probleme. Erstens ist die Schätzung *ökonomisch* heikler als in den vorstehend betrachteten Modellen. In mehreren Fällen wird bei der Maximierung der Likelihood-Funktion keine Konvergenz erreicht. Zweitens nehmen in den Fällen, wo numerisch Konvergenz erreicht wird, die Parameter der Gleichung S2' nicht selten *ökonomisch* unplausible Werte an.

Damit eine Schätzung aus ökonomischer Sicht plausibel ist, müssen die Restriktionen

$$\gamma_4 > 0 \quad \gamma_2 > 0 \quad 0 < \gamma_2 + \gamma_3 < 1$$

erfüllt sein, d.h. der Output Gap soll das Potentialwachstum positiv beeinflussen und der Prozess soll stationär sein. Falls $\gamma_2 > 1$, erfordert Stationarität einen genügend stark negativen Wert von γ_3 , so dass $\gamma_2 + \gamma_3 < 1$. Eine solches Schätzergebnis impliziert, dass sich der Einfluss des Output Gap auf das Potentialwachstum zunächst verstärkt und erst längerfristig wieder abnimmt (was bei einem AR(1)-Prozess nicht möglich wäre). Schliesst man die Fälle aus, in denen die Likelihood-Funktion nicht konvergiert und/oder die geschätzten γ 's die vorstehenden Restriktionen verletzen, so verbleiben 91 Modellversionen. Für diese ist in Tabelle 12 der RMSE des Output Gap ausgewiesen.

Den tiefsten RMSE von 0.00431 weist das Modell 78 auf (IR3-PCI-URMOD-DUC). Lässt man die DUC-Gleichung weg, so erhöhen sich die RMSE nur ganz wenig; unter diesen Modellen schneidet das Modell 48 (IR3-PCI-URMOD-0) mit einem RMSE von 0.00434 am besten ab. Auch in den anderen Modellen im gelb unterlegten Bereich von Tabelle 12, in denen andere Messreihen für die Arbeitslosenquote, die Investitionsquote und die Inflation verwendet werden, weisen nur moderat höhere RMSE auf, wobei sich URSECO etwas besser bewährt als URILO und URSSU. Auch das Weglassen der Konditionierung auf die Investitionsquote hat nur geringfügig höhere RMSE zur Folge (oranger Bereich), im Modell 0-URMOD-PTRIM-0 beträgt der RMSE 0.00451. Und selbst im Modell, das nur auf URMOD konditioniert ist (0-0-URMOD-0) bleibt der RMSE mit 0.00475 in der Nähe des besten Modells. Generell fällt im Vergleich zu Tabelle 10 auf, dass die Konditionierung des Output Gap auf wechselnde Kombinationen von Beobachtungsreihen geringere Auswirkungen auf die RMSE hat. Diese sind zudem etwas kleiner als im Modell SS_ALL. Beides ist auf die "strukturellere" Spezifikation der Gleichung S2' zurückzuführen.

Tabelle 12: Root-mean-squared error des Output Gap - Modell SS2

Modell	RMSE	Modell	RMSE	Modell	RMSE			
1	0-0-URILO-0	0.00617	32	IR1-0-URSECO-DUC	0.00457	63	IR3-PCI-URSSU-0	0.00506
2	0-0-URMOD-0	0.00475	33	IR3-0-URSECO-DUC	0.00451	64	IR1-PGDP-URSSU-0	0.00553
3	0-0-URSECO-0	0.00497	34	IR3-0-URSSU-DUC	0.00546	65	IR2-PGDP-URSSU-0	0.00547
4	0-0-URSSU-0	0.00594	35	IR1-PCI-0-0	0.00630	66	IR1-PTRIM-URSSU-0	0.00549
5	0-URILO-PCI-0	0.00629	36	IR2-PCI-0-0	0.00585	67	IR2-PTRIM-URSSU-0	0.00557
6	0-URILO-PGDP-0	0.00618	37	IR3-PCI-0-0	0.00627	68	IR1-PCI-URILO-DUC	0.00505
7	0-URILO-PTRIM-0	0.00639	38	IR1-PGDP-0-0	0.00724	69	IR2-PCI-URILO-DUC	0.00517
8	0-URMOD-PCI-0	0.00454	39	IR2-PGDP-0-0	0.00620	70	IR3-PCI-URILO-DUC	0.00559
9	0-URMOD-PGDP-0	0.00478	40	IR1-PTRIM-0-0	0.00595	71	IR1-PGDP-URILO-DUC	0.00476
10	0-URMOD-PTRIM-0	0.00451	41	IR2-PTRIM-0-0	0.00537	72	IR2-PGDP-URILO-DUC	0.00487
11	0-URSECO-PCI-0	0.00487	42	IR3-PTRIM-0-0	0.00618	73	IR3-PGDP-URILO-DUC	0.00540
12	0-URSECO-PGDP-0	0.00504	43	IR1-PCI-URILO-0	0.00550	74	IR1-PTRIM-URILO-DUC	0.00519
13	0-URSECO-PTRIM-0	0.00492	44	IR2-PCI-URILO-0	0.00567	75	IR2-PTRIM-URILO-DUC	0.00517
14	0-URSSU-PCI-0	0.00534	45	IR1-PGDP-URILO-0	0.00534	76	IR3-PTRIM-URILO-DUC	0.00564
15	0-URSSU-PGDP-0	0.00607	46	IR2-PGDP-URILO-0	0.00548	77	IR2-PCI-URMOD-DUC	0.00434
16	0-URSSU-PTRIM-0	0.00557	47	IR1-PTRIM-URILO-0	0.00561	78	IR3-PCI-URMOD-DUC	0.00431
17	IR1-0-0-0	0.00808	48	IR1-PCI-URMOD-0	0.00434	79	IR2-PGDP-URMOD-DUC	0.00440
18	IR2-0-0-0	0.00714	49	IR2-PCI-URMOD-0	0.00441	80	IR3-PGDP-URMOD-DUC	0.00447
19	IR3-0-0-0	0.00692	50	IR3-PCI-URMOD-0	0.00440	81	IR3-PTRIM-URMOD-DUC	0.00442
20	IR1-0-URILO-0	0.00536	51	IR1-PGDP-URMOD-0	0.00445	82	IR1-PCI-URSECO-DUC	0.00447
21	IR3-0-URILO-0	0.00583	52	IR2-PGDP-URMOD-0	0.00448	83	IR2-PCI-URSECO-DUC	0.00443
22	IR1-0-URMOD-0	0.00446	53	IR1-PTRIM-URMOD-0	0.00441	84	IR3-PCI-URSECO-DUC	0.00442
23	IR2-0-URMOD-0	0.00445	54	IR2-PTRIM-URMOD-0	0.00452	85	IR1-PGDP-URSECO-DUC	0.00455
24	IR1-0-URSECO-0	0.00459	55	IR3-PTRIM-URMOD-0	0.00448	86	IR3-PGDP-URSECO-DUC	0.00450
25	IR2-0-URSECO-0	0.00452	56	IR1-PCI-URSECO-0	0.00449	87	IR1-PTRIM-URSECO-DUC	0.00458
26	IR1-0-URSSU-0	0.00558	57	IR2-PCI-URSECO-0	0.00447	88	IR3-PTRIM-URSECO-DUC	0.00453
27	IR2-0-URSSU-0	0.00552	58	IR1-PGDP-URSECO-0	0.00459	89	IR2-PCI-URSSU-DUC	0.00504
28	IR1-0-URILO-DUC	0.00487	59	IR2-PGDP-URSECO-0	0.00454	90	IR1-PTRIM-URSSU-DUC	0.00554
29	IR2-0-URILO-DUC	0.00508	60	IR1-PTRIM-URSECO-0	0.00458	91	IR3-PTRIM-URSSU-DUC	0.00547
30	IR3-0-URILO-DUC	0.00550	61	IR2-PTRIM-URSECO-0	0.00457			
31	IR3-0-URMOD-DUC	0.00442	62	IR1-PCI-URSSU-0	0.00510			

Tabelle 13 stellt die Schätzergebnisse für das Modell 48 (IR1-PCI-URMOD-0) in Detail dar. Die Parameter von Gleichung S2' nehmen plausible Werte an und sind signifikant geschätzt. Isoliert betrachtet impliziert Gleichung S2' die in Grafik 20 dargestellte Reaktion des Potentialwachstums auf den Output Gap. Bei einem Output Gap von Null tendiert das Potentialwachstum zu einem Gleichgewichtswert von $\gamma_1/(1 - \gamma_2 - \gamma_3) = 0.00445$ oder 1.8 Prozent pro Jahr (BASE). Steigt der Output Gap auf 0.01 (ein Prozent), so wirkt sich das zunächst nur schwach auf das Potentialwachstum aus (erster Punkt von ALT). Die Wirkung baut sich dann sukzessive auf und treibt das Potentialwachstum mit einer Verzögerung von 7 Quartalen auf 0.0053 oder 2.1 Prozent pro Jahr. In dieser Partialbetrachtung ist mit der Annahme eines bei 0.01 konstanten Output Gap implizit unterstellt, dass das BIP-Wachstum genau dem Potentialwachstum folgt. Davon kann in der Realität nicht ausgegangen werden. Vielmehr erhöht sich aufgrund der verzögerten Reaktion des Potentialwachstums auf den Output Gap die Wahrscheinlichkeit, dass ein hohes Potentialwachstum mit einem bereits wieder rückläufigen BIP-Wachstum zusammentrifft, so dass der Output Gap von positiven Werten ins Negative kippt. Eine solche Entwicklung widerspricht zwar der ökonomischen Begründung der Gleichung S2', nämlich dass die Unternehmungen bestrebt sind, die Produktionskapazität je nach Auslastungsgrad nach oben oder nach unten anzupassen, um

damit den Output Gap klein zu halten. Ein Überschreiten in beiden Richtungen kann aber angesichts der zeitlich verzögerten Wirkung des Output Gap auf das Potentialwachstum nicht ausgeschlossen werden.

Tabelle 13: State-Space Modell SS2 - Version IR1-PCI-URMOD-0

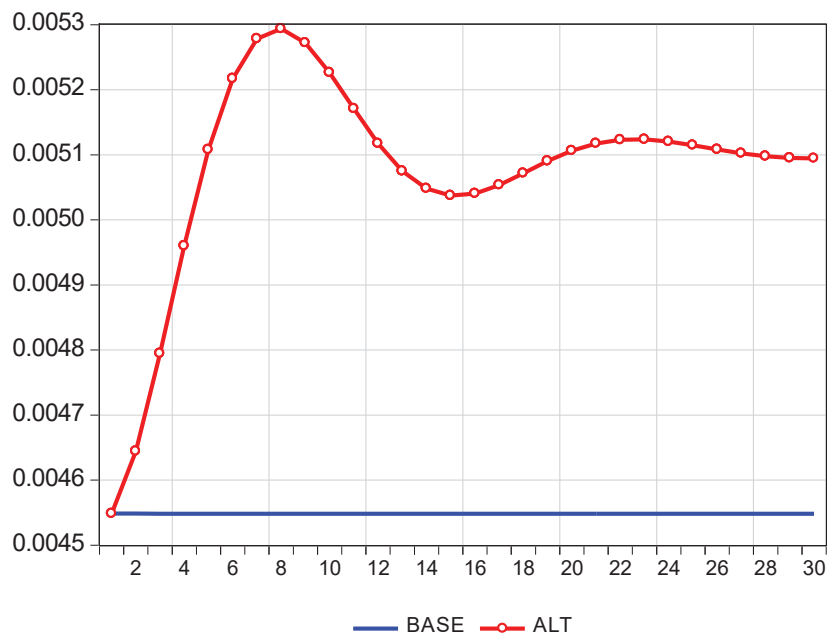
Sample: 1990Q1 2019Q2

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
θ_1	-14.79170	0.207068	-71.43389	0.0000
θ_3	-13.95980	0.281309	-49.62438	0.0000
θ_4	-9.477858	0.219317	-43.21524	0.0000
θ_5	-10.03937	0.231308	-43.40258	0.0000
γ_1	0.000787	0.000119	6.591734	0.0000
γ_2	1.572280	0.075154	20.92063	0.0000
γ_3	-0.745360	0.069378	-10.74349	0.0000
γ_4	0.009583	0.003570	2.684481	0.0073
β_3	0.037757	0.001079	34.99575	0.0000
β_4	-0.313975	0.029204	-10.75109	0.0000
β_5	0.018391	0.005483	3.354003	0.0008
β_6	0.444997	0.084866	5.243508	0.0000
β_7	-0.000127	4.25E-05	-2.999862	0.0027
β_8	0.252170	0.051043	4.940364	0.0000
β_9	0.110140	0.002398	45.92721	0.0000
β_{10}	0.000325	2.54E-05	12.83078	0.0000
β_{11}	0.214679	0.047719	4.498805	0.0000
Log likelihood	1681.271	Akaike info criterion	-28.20798	
Parameters	17	Schwarz criterion	-27.80882	
Variance σ_y^2 (signal y_t)	0.000603		(= $\lambda\sigma_g^2$)	
Variance σ_g^2 (Trend Growth)	3.77E-07		(= e^{θ_1})	
Variance σ_{ur}^2 (signal ur_t)	8.66E-07		(= e^{θ_3})	
Variance σ_p^2 (signal p_t)	7.65E-05		(= e^{θ_4})	
Variance σ_{ir}^2 (signal ir_t)	4.36E-05		(= e^{θ_5})	
Std.error <i>gap</i> at endpoint	0.005441			
Correlation <i>gap</i> and <i>ur</i>	0.970976			
Correlation <i>gap</i> and <i>p</i>	0.562463			
Correlation <i>gap</i> and <i>ir</i>	0.622415			
Correlation <i>gap</i> and HPGAP	0.870933			
Root-mean-squared errors (rolling estimation)				
	RMSE	Std.deviation	RMSE/Std.deviation	
Output Gap	0.004341	0.023717	0.183047	
Potential Growth	0.001694	0.002863	0.591698	

Grafik 20: Wirkung des Output Gap auf das Potentialwachstum

Simulation über 30 Quartale

BASE: Output Gap = 0 **ALT:** Output Gap steigt auf 0.01

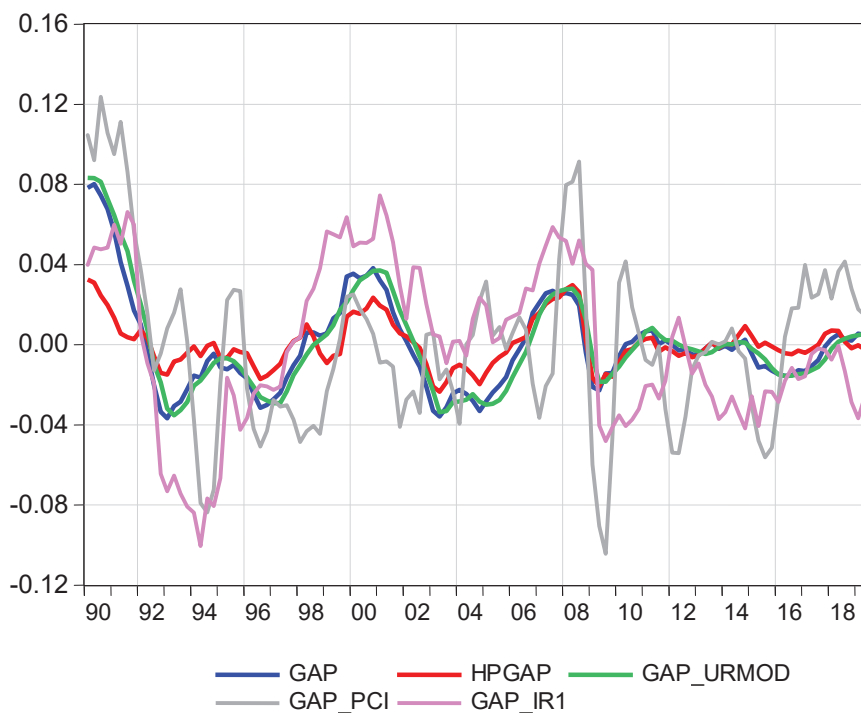


Grafik 21: Output Gap Modell SS2- Version IR1-PCI-URMOD-0

GAP: Output Gap konditioniert auf IR1, PCI und URMOD

HPGAP: Output Gap HP-Filter

GAP_URMOD, GAP_PCI und GAP_IR3: Signale der Beobachtungsreihen



Grafik 21 vergleicht den Output Gap (blau) mit dem HPGAP (rot) und den Signalen, die von den drei konditionierenden Variablen ausgehen. Der Output Gap weist eine grössere Schwankungsbreite auf als der HPGAP und bewegt sich weitgehend übereinstimmend mit dem von URMOD ausgehenden Signal (grün). Er ist um die Mitte der 1990er Jahre stärker negativ und um die Jahrtausendwende stärker positiv. Nach der Aufhebung des Mindestkurses bewegt er sich stärker in den Negativbereich und ist am Ende des Schätzzeitraums leicht positiv. Die von der Inflationsrate (PCI) und der Investitionsquote (IR1) ausgehenden Signale bleiben ziemlich wirkungslos.

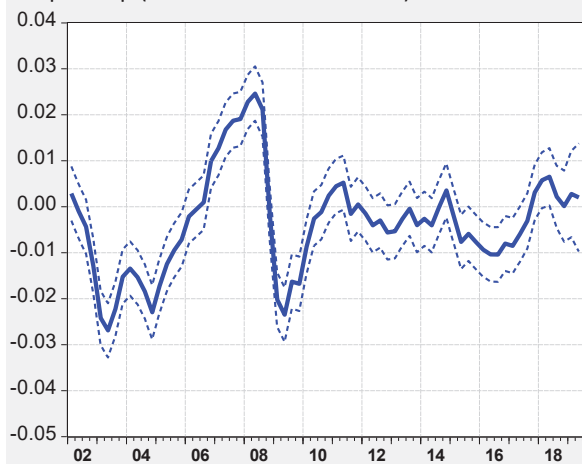
Grafik 22 vergleicht das Modell SS2 mit dem Modell SS_ALL hinsichtlich der Schätzunsicherheit. Diese ist gemessen am Vertrauensintervall des Output Gap ähnlich zu beurteilen. Beim rollend geschätzten Output Gap sind die Abweichungen von der definitiven Schätzung im Zeitabschnitt 2003 bis 2005 im Modell SS2 grösser, dafür aber kurz vor und nach der Finanzkrise von 2008 kleiner. Was in der Grafik besonders hervorsteht, sind die im Modell SS2 viel stärkeren kurzfristigen Veränderungen des Potentialwachstums. Dafür ist der in Gleichung S2' eingebaute Einfluss des Output Gap auf das Potentialwachstum verantwortlich. Vor der Finanzkrise wird das Potentialwachstum vom positiven Output Gap nach oben und nach der Finanzkrise vom negativen Output Gap nach unten getrieben. Von der ökonomischen Intention her müsste dieser Mechanismus eigentlich zu einer Stabilisierung des Output Gap beitragen. Tatsächlich zeigt das Modell SS2 aber stärkere Schwankungen des Output Gap. Dies ist – wie oben erwähnt – darauf zurückzuführen, dass der Output Gap das Potentialwachstum verzögert beeinflusst, so dass ein hohes (tiefes) Potentialwachstum zeitlich mit einem sich bereits wieder abschwächenden (verstärkenden) BIP-Wachstum zusammentreffen kann.

Grafik 23 zeigt die rollend geschätzten Parameter von Gleichung S2'. Die Parameter γ_2 und γ_3 verändern sich gegenläufig und addieren sich auf ungefähr 0.8, was Stationarität impliziert. γ_4 nimmt in zwei Schüben relativ stark ab. Dies bedeutet, dass sich der Output Gap im Vergleich zur Schätzung mit Daten bis 2004 bei erweiterter Datenbasis nur noch etwa halb so stark auf das Potentialwachstum auswirkt.

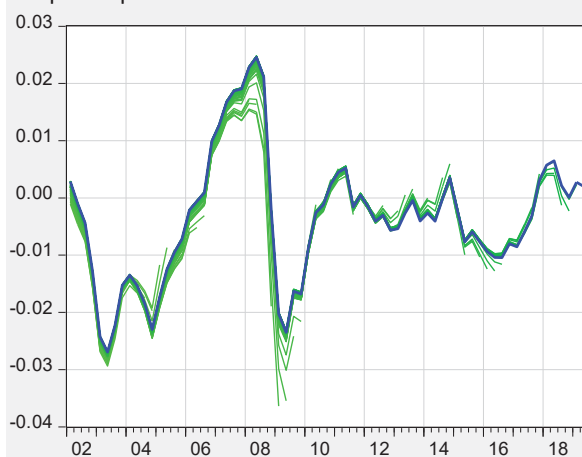
Schliesslich soll auch für das Modell SS2 untersucht werden, wie es sich bei der Erstellung von Prognosen verhält. Für den Prognosezeitraum werden die gleichen drei Szenarien BASE, ALT1 (pessimistisch) und ALT2 (optimistisch) unterstellt wie vorstehend für das Modell SS_ALL. Die resultierenden drei Prognosen sind in Grafik 24 abgebildet. Die Situation am aktuellen Rand wird von den unterschiedlichen Prognoseannahmen praktisch nicht beeinflusst, und der Output Gap weicht in ALT1 und ALT2 von Anbeginn des Prognosezeitraums gegenüber BASE nach unten bzw. nach oben ab. Als weiterer Unterschied gegenüber dem Modell SS_ALL (vgl. Grafik 19) fällt auf, dass das Potentialwachstum nicht stetig zum vorgegebenen BIP-Wachstum tendiert, sondern sich im Prognosezeitraum zyklisch verhält.

Grafik 22: Vergleich Modell SS_ALL (IR3-PCI-URMOD-DUC) mit Modell SS2 (IR1-PCI-URMOD-0)**Modell SS_ALL**

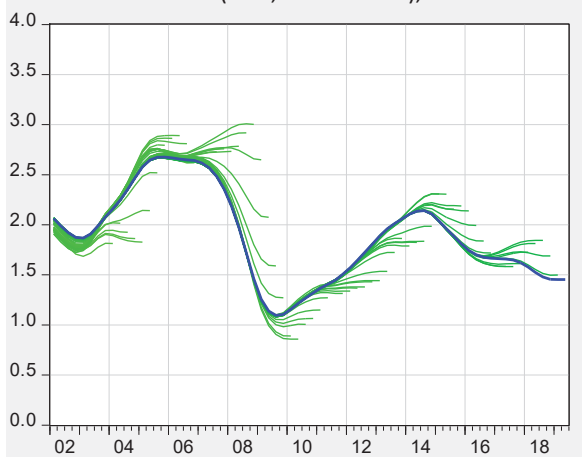
Output Gap (95%-Vertrauensintervall)



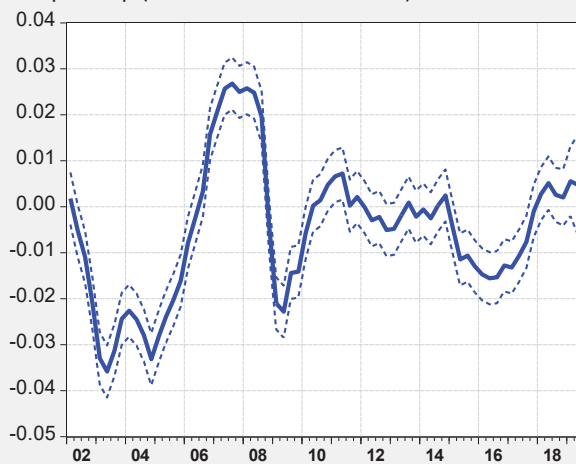
Output Gap rollend



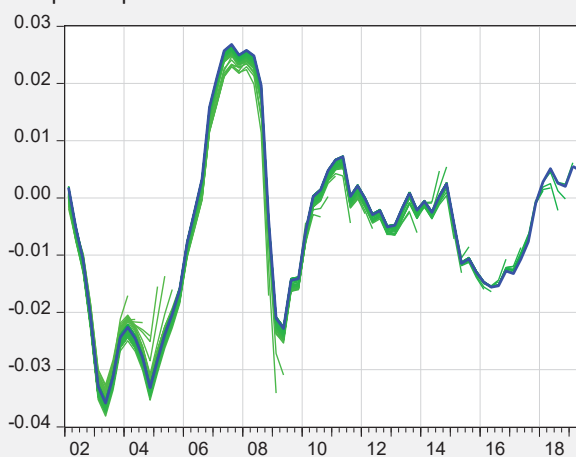
Potentialwachstum (in %, annualisiert), rollend

**Modell SS2**

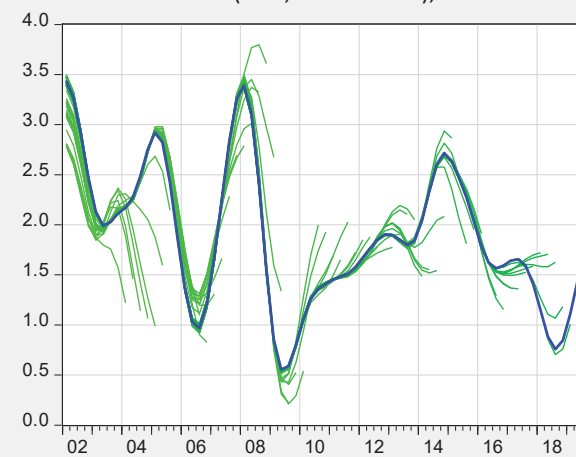
Output Gap (95%-Vertrauensintervall)

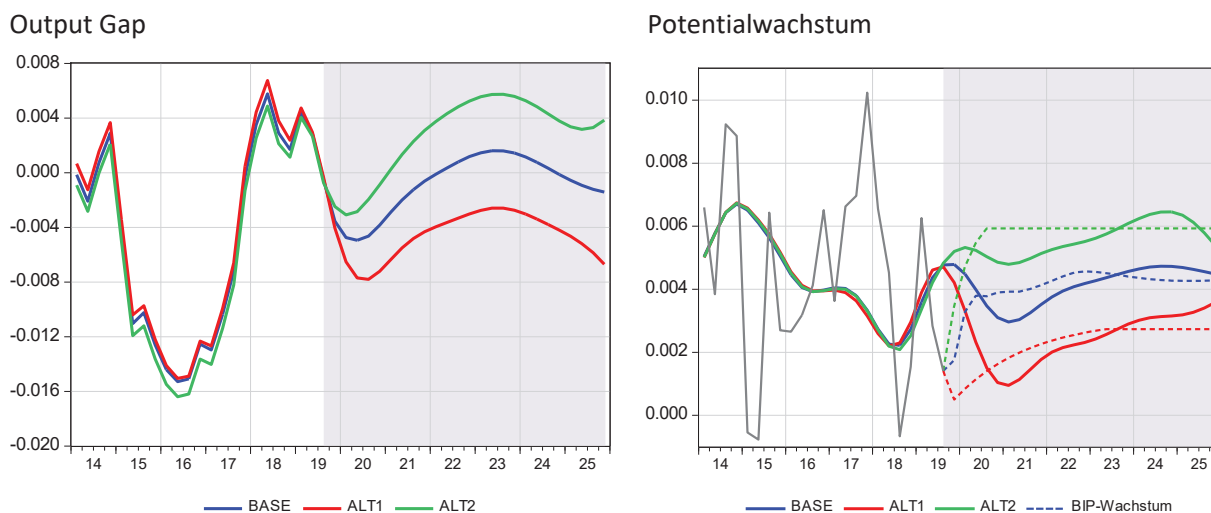


Output Gap rollend



Potentialwachstum (in %, annualisiert), rollend



Grafik 23: Rollende Parameterschätzung – Modell SS2 (Gleichung S2')**Grafik 24: Prognose von Output Gap und Potentialwachstum – Modell SS2 (IR1-PCI-URMOD-0)****Fazit**

Das ökonomisch "angereicherte" Modell SS2 unterstellt einen positiven Einfluss des Output Gap auf das Potentialwachstum. Dadurch ändert sich das Potentialwachstum stärker als im Modell SS_ALL. Dies kann an konjunkturellen Wendepunkten zur Folge haben, dass ein hohes (tiefes) Potentialwachstum mit einem bereits wieder sinkenden (steigenden) BIP-Wachstum zusammentrifft, was die Schwankungen des Output Gap verstärkt. Ob das Modell der Realität näher kommt, ist wegen des latenten Charakters dieser Variablen schwierig zu beurteilen. Als Vorteil des Modells gegenüber SS_ALL ist die weiter leicht reduzierte Randwert-Instabilität zu erwähnen. Dies macht sich auch in der prognostischen Anwendung positiv bemerkbar, indem unterschiedliche Annahmen zum BIP-Wachstum in der Prognoseperiode die Situation am aktuellen Rand nahezu unberührt lassen. Andererseits können bei der Modellschätzung ökonometrische Probleme auftreten (keine Konvergenz zu einem wohldefinierten Maximum der Likelihood-Funktion, ökonomisch unplausible Parameterwerte). Wenn man an einen Einsatz des Modells im Rahmen einer regelmäßigen Konjunkturanalyse denkt, ist dieser Nachteil nicht zu unterschätzen.

6. Zusammenfassung

In dieser Studie wurden verschiedene State-Space-Modelle zur Berechnung von Potentialoutput und Output Gap auf die Schweiz angewendet. Die Modelle unterscheiden sich vom univariaten HP-Filter dadurch, dass sie neben dem BIP weitere beobachtbare Variablen in die Schätzung einbeziehen. Dies geschieht in Form zusätzlicher Gleichungen, die den nicht beobachtbaren Output Gap auf die Arbeitslosigkeit (Okun's Law), die Inflation (Phillips-Kurve), die Investitionsquote und die industrielle Kapazitätsauslastung abbilden.

Anhand der Fehlervarianzen dieser Beobachtungsgleichungen und der von den einzelnen Messreihen ausgehenden Signalen lässt sich feststellen, wie stark konditionierend die betreffende Zusatzinformation auf den Output Gap wirkt. Als zweites Beurteilungskriterium wird in rollenden Schätzungen abgeklärt, in welchem Ausmass die Konditionierungen zur Milderung der beim HP-Filter ausgeprägten Randwert-Instabilität (nachträgliche Revisionen bei Erweiterung der Datenbasis) beitragen. Die Untersuchung zeigt, dass der Arbeitslosenquote nach beiden Kriterien die höchste Bedeutung zukommt. Besonders gut als konditionierende Variable eignet sich die in Form einer inversen Beziehung aus dem BFS-Indikator der "Rekrutierungsschwierigkeiten" abgeleitete Arbeitslosenquote. Als eher ungeeignet erweist sich die KOF-Kapazitätsauslastung, was mit den Abweichungen der Industriekonjunktur vom gesamtwirtschaftlichen Konjunkturzyklus zu erklären ist. Bei der Investitionsquote und der Inflationsrate hängt die Eignung als konditionierende Variable davon ab, mit welchen anderen Beobachtungsvariablen sie kombiniert werden. So nimmt die Bedeutung der Inflationsrate etwas zu, wenn sie nicht allein, sondern im Verbund mit den anderen Beobachtungsreihen im Modell erscheint. Umgekehrt schwächt sich die konditionierende Rolle der Investitionsquote in Kombination mit den anderen Beobachtungsreihen ab.

Neben der Erweiterung durch ökonomisch begründete Beobachtungsgleichungen können in einem State-Space-Modell auch die State-Gleichungen "struktureller", d.h. stärker auf ökonomische Überlegungen abstellend, formuliert werden. Als Beispiel dafür wurde ein Modell präsentiert, in dem das Potentialwachstum nicht wie in den anderen Modellen als "random walk", sondern als stationärer, vom Output Gap getriebener AR(2)-Prozess spezifiziert ist. Dahinter steht die Vorstellung, dass der Output Gap über die Investitionstätigkeit das Potentialwachstum beeinflusst. Daraus resultieren verstärkte Schwankungen des Potentialwachstums. Wegen der verzögerten Reaktion auf den Output Gap kann dies an konjunkturellen Wendepunkten zur Folge haben, dass ein hohes (tiefes) Potentialwachstum mit einem bereits wieder sinkenden (steigenden) BIP-Wachstum zusammentrifft, was zu stärkeren Ausschlägen des Output Gap führt.

Die Frage, welches der Modelle der Realität am nächsten kommt, ist schwierig zu beantworten. Während bei üblichen Prognosemodellen anhand einer Gegenüberstellung von "out-of-sample"-Prognosen mit tatsächlichen Realisationen zwischen konkurrierenden Ansätzen diskriminiert werden kann, scheitert eine stringente Evaluation der State-Space-Modelle daran, dass die State-Variablen nicht beobachtbar sind. Was sich hingegen klar belegen lässt, ist die markante Verminderung der Randwert-Instabilität. In den rollenden Schätzungen (sukzessive Ausweitung des Schätzzeitraums) zeigt sich, dass der Output Gap vom HP-Filter am jeweiligen Datenrand um durchschnittlich rund einen Prozentpunkt falsch eingeschätzt wird, d.h. nachträglich in diesem Ausmass revidiert werden muss. In den besten State-Space-Modellen wird die Randwert-Instabilität um mehr als die Hälfte reduziert.

Die in den State-Space-Modellen verminderte Randwert-Instabilität macht sich auch in prognostischer Hinsicht positiv bemerkbar. Eine gangbare filterbasierte Prognosemethode besteht darin, das BIP und die konditionierenden Beobachtungsreihen über den aktuellen Rand hinaus mit Prognosewerten zu ergänzen und die Filter über den so verlängerten Stützbereich laufen zu lassen. Wendet man dieses Vorgehen auf den HP-Filter an, so zieht z.B. ein im Vergleich zur jüngeren Vergangenheit schwaches BIP-Wachstum den Potentialpfad nicht nur im Prognosezeitraum, sondern auch rückwirkend nach unten, so dass der Output Gap am aktuellen Rand höher ausfällt als bei Verwendung von Daten nur bis zum aktuellen Rand. In den State-Space-Modellen sorgt die Konditionierung auf zusätzliche Beobachtungsreihen dafür, dass die Situation am aktuellen Rand viel weniger revisionsanfällig ist.

Für langfristige Potentialprojektionen sind aber auch State-Space-Modelle prinzipiell ungeeignet. Ihre Aufgabe besteht darin, die BIP-Entwicklung in einen sich trendmässig entwickelnden Potentialoutput und einen zyklisch davon abweichenden Output Gap aufzuspalten. Diese Aufgabe entfällt aber in einer langfristigen Prognose, denn jenseits des konjunkturellen Zeithorizonts hätte die vorzugebende BIP-Entwicklung selbst den Charakter eines Trends, zum dem der Potentialpfad zwangsläufig konvergieren würde. Mit anderen Worten wäre der Potentialpfad durch die unterstellte BIP-Prognose bereits festgelegt.

Anhang: Ableitung der Arbeitslosenquote aus dem BFS-Indikator der "Rekrutierungsschwierigkeiten"

Ausgehend vom Grundmodell des HP-Filters evaluiert diese Studie verschiedene State-Space-Modelle, die den latenten Output Gap über zusätzliche Gleichungen in unterschiedlichen Kombinationen auf beobachtbare Variablen abbilden. Mit diesen Konditionierungen gelingt es, die Schätzunsicherheit des HP-Filters deutlich zu vermindern. Dabei kommt der Arbeitslosenquote eine zentrale Rolle zu, insbesondere wenn sie aus den vom BFS im Rahmen der Beschäftigungsstatistik erhobenen "Rekrutierungsschwierigkeiten" der Unternehmungen abgeleitet wird. Dieser Indikator für die Anspannung des Arbeitsmarktes geht auch in die Schätzung des vom Autor dieser Studie entwickelten Makromodells ein. In diesem Anhang soll skizziert werden, wie der Arbeitsmarkt in diesem Makromodell dargestellt ist und wie sich daraus die Arbeitslosenquote ableiten lässt.¹¹

Der Modellierung des Arbeitsmarktes liegt die Vorstellung zugrunde, dass sich die aggregierte Arbeitsnachfrage LD und das aggregierte Arbeitsangebot LS über eine Vielzahl von Mikromärkten verteilen, auf denen es infolge träger Lohnanpassungen zu Ungleichgewichten kommen kann. Diese Mikromärkte treten im aggregierten Modell nicht direkt in Erscheinung, sie stellen aber die theoretische Grundlage der Makrobeziehungen dar. Die Mikromärkte werden in qualifikationsmässiger und geografischer Hinsicht als homogen unterstellt. Damit ist auf Mikroebene – im Unterschied zum aggregierten Arbeitsmarkt – ein gleichzeitiges Auftreten von Arbeitslosigkeit und unbesetzten Stellen ausgeschlossen, d.h. die Beschäftigung ist durch das Minimum von Arbeitsnachfrage und Arbeitsangebot gegeben (kurze Marktseite):

$$l_i = \min(ld_i, ls_i) \quad \text{A1}$$

Die Mikromärkte sind somit entweder angebotsrestringiert oder nachfragerrestringiert:

$$l_i = ls_i < ld_i \quad \text{Regime 1} \quad \text{A2}$$

$$l_i = ld_i < ls_i \quad \text{Regime 2} \quad \text{A3}$$

Befindet sich ein Mikromarkt im Regime 1, so können die Unternehmungen ihre Arbeitsnachfrage nicht voll realisieren; sie sind durch ein unzureichendes Arbeitsangebot "rationiert" und können offene Stellen nicht besetzen. Im Regime 2 können die Arbeitsanbieter ihr Arbeitsangebot nicht voll absetzen; sie sind durch eine zu kleine Arbeitsnachfrage rationiert und daher von Arbeitslosigkeit betroffen.

Unter diesen Annahmen hängt die aggregierte Beschäftigung L davon ab, wie sich LD und LS über die Mikromärkte verteilen. Unter Voraussetzung einer Kovarianzmatrix mit identischen Varianzen von ld_i und ls_i und einer perfekten Korrelation von ld_i und ls_i wären stets alle Mikromärkte im gleichen Regime. In diesem (unrealistischen) Fall würde auf aggregierter Ebene analog zu A1 gelten:

$$L = \min(LD, LS) \quad \text{A4}$$

¹¹ Die Darstellung folgt früheren Arbeiten von Stalder (1990a, 1990b, 2010), die sich ihrerseits an Publikationen von Lambert (1988) und Sneessens (1985, 1990) auf dem Gebiet der Ungleichgewichts-Ökonometrie anlehnen.

Im Allgemeinen herrscht aber zu jedem Zeitpunkt ein mehr oder weniger ausgeprägter "mismatch" zwischen der Verteilung von ld_i und ls_i über die Mikromärkte. Dies hat zur Folge, dass die Regimes 1 und 2 gleichzeitig auftreten und die aggregierte Beschäftigung kleiner ist als das Minimum von aggregierter Arbeitsnachfrage und aggregiertem Arbeitsangebot:

$$L < \min(LD, LS) \quad A5$$

Die Arbeitslosigkeit ist durch $LD - L$ und die Zahl der offenen Stellen durch $LS - L$ gegeben.

Unterstellt man für die Verteilung von ld_i und ls_i über die Mikromärkte eine bivariate Lognormal-Verteilung, so lassen sich die aggregierten Beziehungen in Periode t approximativ wie folgt darstellen:

$$LD_t = L_t(1 - PIL_t)^{-\varphi} \quad A6$$

$$LS_t = L_tPIL_t^{-\varphi} \quad A7$$

Bei PIL_t bzw. $(1-PIL_t)$ handelt es sich um die Anteile der Regimes 1 und 2. Der Parameter φ ist ökonomisch zu schätzen. Er repräsentiert das Ausmass des "mismatch". Je kleiner φ , desto stärker rückt A5 in Sinne eines geringeren "mismatch" und einer erhöhten Beschäftigung zu A4.

Das Modell enthält Verhaltensgleichungen für die aggregierte Arbeitsnachfrage und das aggregierte Arbeitsangebot. Deren abhängige Variablen LD_t und LS_t sind nicht direkt beobachtbar, über A6 und A7 aber eindeutig mit der beobachteten Beschäftigung L_t und PIL_t verknüpft. Der Regimeanteil PIL_t wird mit dem Anteil der Unternehmungen gemessen, die gemäss der BFS-Beschäftigungsstatistik mit "Schwierigkeiten bei der Personalrekrutierung" konfrontiert sind. A6 und A7 dienen einerseits als Messgleichungen für LD_t und LS_t . Im Modell sind dann aber L_t und PIL_t endogen in Abhängigkeit von LD_t und LS_t bestimmt.

Wie die Regimeanteile auf LD_t und LS_t reagieren, wird klarer, wenn man A6 durch A7 teilt und damit L eliminiert:

$$\frac{LD_t}{LS_t} = \left(\frac{PIL_t}{1-PIL_t} \right)^{\varphi} \quad A8$$

- Wenn LD_t gegenüber LS_t ansteigt (im Konjunkturaufschwung) bewegt sich PIL_t gemäss A8 gegen einen oberen Grenzwert von 1. Die Unternehmungen werden immer stärker durch ein unzureichendes Arbeitsangebot restringiert. Dies hat zur Folge, dass LD_t gemäss A6 zur zunehmend rationierten "langen" Marktseite wird und L_t gemäss A7 von unten gegen die Obergrenze LS_t konvergiert.
- Wenn LD_t gegenüber LS_t sinkt (im Konjunkturabschwung), tendiert PIL_t gegen einen unteren Grenzwert von Null. Die Unternehmungen sind immer besser in der Lage, ihre Arbeitsnachfrage voll zu befriedigen, so dass sich L_t gemäss A6 immer weniger von LD_t unterscheidet und LS_t in A6 zur zunehmend rationierten "langen" Marktseite wird.

Die Grenzfälle $PIL_t = 1$ bzw. $PIL_t = 0$ sind praktisch (gemessen am Anteil der Unternehmungen, die "Rekrutierungsschwierigkeiten" melden) sowie auch mathematisch ausgeschlossen. Folglich gibt es stets beide Rationierungen, d.h. es gilt immer $L_t < LD_t$ und $L_t < LS_t$, allerdings in einem von PIL_t abhängigen Ausmass.

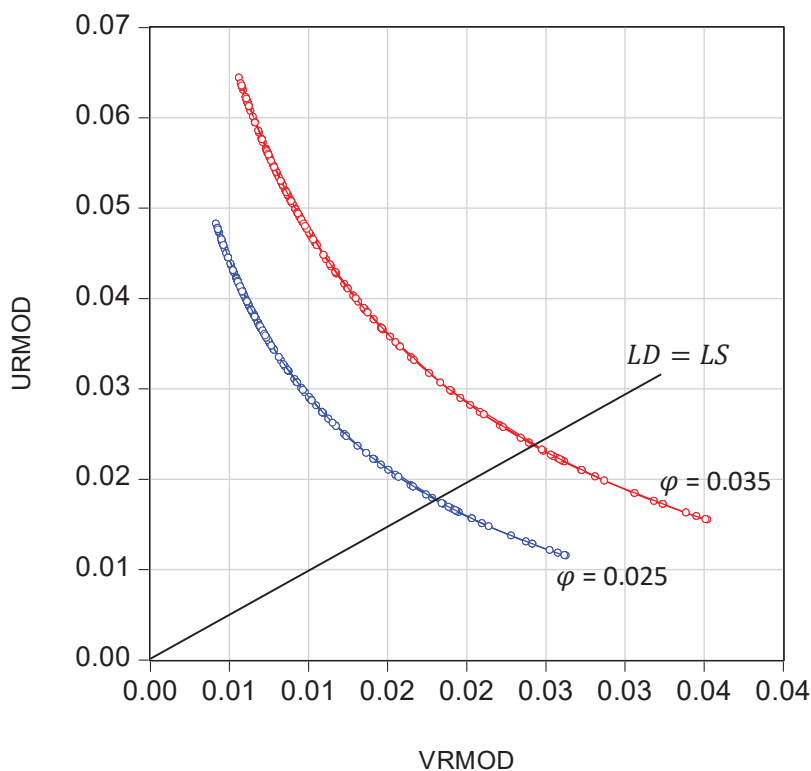
Die Arbeitslosenquote und die Quote der offenen Stellen ergeben sich auf Basis von A6 bzw. A7 als einfache Funktionen von PIL_t :

$$URMOD_t = 1 - L_t/LS_t = 1 - PIL_t^\varphi \quad A9$$

$$VRMOD_t = 1 - L_t/LD_t = 1 - (1 - PIL_t)^\varphi \quad A10$$

Grafik A1 zeigt den Zusammenhang zwischen $VRMOD_t$ und $URMOD_t$, der aus der Entwicklung von PIL_t (1980q1 bis 2019q2) resultiert. Die blaue Kurve bezieht sich auf $\varphi = 0.026$, den Schätzwert des Modells. Ein Konjunkturabschwung generiert eine Bewegung entlang dieser Kurve von rechts unten nach links oben, d.h. eine Abnahme der offenen Stellen und eine Zunahme der Arbeitslosigkeit. Ein verstärkter "mismatch" (z.B. $\varphi = 0.035$) führt zu einer Verschiebung der Kurve nach aussen in die rote Position, d.h. zu einer gleichzeitigen Zunahme von Arbeitslosigkeit und offenen Stellen. Die empirischen Werte von PIL_t liegen zwischen 0.15 und 0.65 mit einem Mittelwert von 0.29. Entsprechend ist $URMOD_t$ meistens grösser als $VRMOD_t$, was sich in der dichteren Anordnung und Punkte links oben äussert.¹²

Grafik A1: Arbeitslosenquote (URMOD) und Rate der offenen Stellen (VRMOD)



¹² Darstellungen in der Art von Grafik A1 werden in der Literatur auch als "Beveridge-Kurve" bezeichnet. Dabei handelt es sich häufig um rein empirische Gegenüberstellungen der beobachteten Arbeitslosenquoten mit den Quoten der offenen Stellen in Form eines "scatterplot". Wenn theoretische Begründungen vorgebracht werden, beziehen sich diese wie hier auf den "mismatch" von Arbeitsangebot und Arbeitsnachfrage oder mehr dynamisch auf die mit Suchkosten verbundene Besetzung offener Stellen durch Arbeitslose. Blanchard und Diamond (1989) präsentieren verschiedene Modellansätze dieser Art.

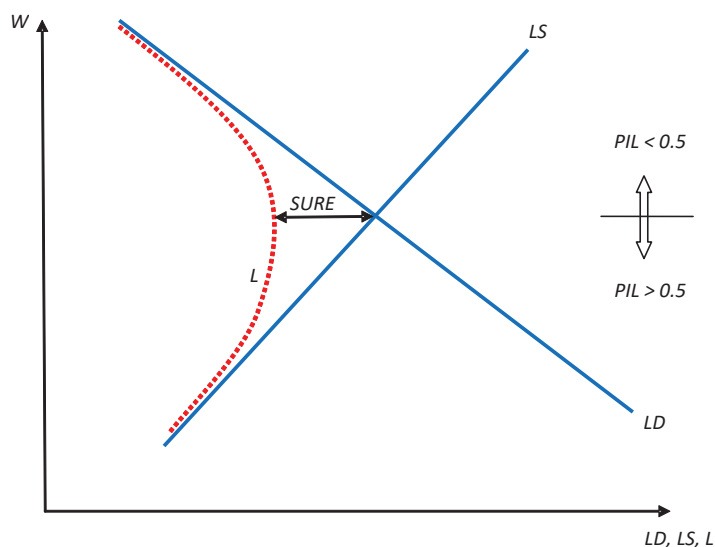
In einer hypothetischen Situation mit $LD_t = LS_t$ (einem aggregierten Gleichgewicht), nimmt PIL_t gemäss A6 den Wert 0.5 an. In diesem Fall sind beide Marktseiten im gleichen Mass restringiert, und es gilt:

$$URMOD_t = VRMOD_t = 1 - 0.5^\varphi$$

Diese Situation ist in Grafik A1 mit der vom Nullpunkt ausgehenden Geraden $LD = LS$ dargestellt. Die Schnittpunkte mit den beiden Kurven bestimmen die "strukturelle" Arbeitslosigkeit, die auch als SURE (Structural Unemployment Rate at Equilibrium) bezeichnet wird (Drèze und Bean 1990). Sie ist umso höher, je grösser der "mismatch"-Parameter φ ist. Für den empirischen Schätzwert $\varphi = 0.026$ ist SURE 1.81 Prozent, was eher tief erscheint. Dabei ist aber zu berücksichtigen, dass PIL_t nur vor 1991 Werte in der Grössenordnung von 0.5 aufwies und im Durchschnitt bei rund 0.29 lag. Dies bedeutet, dass die Beschäftigung meistens stärker durch die Nachfrage als das Angebot limitiert war und Situationen mit einer ungefähren Gleichheit von LD_t und LS_t als Hochkonjunktur zu sehen sind. Entsprechend liegt die inflationsneutrale Arbeitslosenrate höher als SURE bei rund 2.8 Prozent.

Wenn man annimmt, Arbeitsnachfrage und Arbeitsangebot seien negativ bzw. positiv vom Lohn (W) abhängig, lässt sich Grafik A1 in das Arbeitsmarkt-Diagramm von Grafik A2 überführen. Je höher der aggregierte Angebotsüberhang, desto näher liegt die Beschäftigung L bei LD . Je höher der aggregierte Nachfrageüberhang, desto näher liegt die Beschäftigung L bei LS . Der Überschuss $LS - L$ entspricht der Arbeitslosigkeit, der Überschuss $LD - L$ der Zahl der offenen Stellen.

Grafik A2: Arbeitsnachfrage LD , Arbeitsangebot LS und Beschäftigung L



Der Regimeanteil PIL_t wird in der Schätzung des Makromodells als endogene Variable behandelt und ist auch in Simulationen und Prognosen endogen bestimmt. In der hier interessierenden Berechnung der historischen Entwicklung von $URMOD_t$ wird für PIL_t in Gleichung A9 aber ganz einfach der in der BESTA ausgewiesene Indikator der "Rekrutierungsschwierigkeiten" eingesetzt. Wie die Evaluation verschiedener Versionen des State-Space-Modells zeigt, eignet sich dieser Indikator besser zur Konditionierung des Output Gap als die offizielle SECO-Arbeitslosenquote, die Quote der Stellensuchenden und die ILO-Erwerbslosenquote.

Literaturverzeichnis

- Alichi A., H. Avetisyan, D. Laxton, S. Mkhtrishvili, A. Nurbekyan, L. Torosyan and H. Wang (2019): Multivariate Filter Estimation of Potential Output for the United States: An Extension with Labor Market Hysteresis, IMF-Working Paper 19/35.
- Alichi A., O. Bizimana, D. Laxton, K. Tanyeri, H. Wang, J. Yao and F. Zhang (2017): Multivariate Filter Estimation of Potential Output for the United States, IMF-Working Paper 17/106.
- Backus D. and P. Kehoe (1992): International Evidence on the Historical Properties of Business Cycles, *American Economic Review* 82:4, 864–888.
- Baxter M. and R. King (1999): Measuring Business Cycles: Approximate Band-Pass Filters for Economic Time Series, *The Review of Economics and Statistics*, Vol. 81/4, 573–593.
- Blagrove P., R. Garcia-Saltos, D. Laxton and F. Zhang (2015): A Simple Multivariate Filter for Estimating Potential Output, IMF Working Paper WP/15/79.
- Blanchard O. J. and P. Diamond (1989): The Beveridge Curve, *Brookings Papers on Economic Activity*, 1:1989, 1-76.
- Cerra V. and S. Ch. Saxena (2000): Alternative Methods of Estimating Potential Output and the Output Gap: An Application to Sweden, IMF Working Paper 00/59.
- Clark P. (1989): Trend Reversion in Real Output and Unemployment, *Journal of Econometrics*, 40, 15-32.
- Correia I. H., J. L. Neves, and S. T. Rebelo (1992): Business Cycles from 1850–1950: New Facts about Old Data, *European Economic Review* 36:2/3, 459–467.
- Drèze J. H. and Ch. Bean (1990): European Unemployment: Lessons form a Multicountry Econometric Study, *Scandinavian Journal of Economics* 92, 135-165.
- Hamilton J. D. (2017): Why You Should Never Use the Hodrick-Prescott Filter, Department of Economics, UC San Diego, Working Paper.
- Hanif M.N., J. Iqbal and M.A. Choudhary (2017): Fully Modified HP Filter, State Bank of Pakistan, Working Paper No. 88.
- Lambert J. P. (1988): *Disequilibrium Macro Models, Theory and Estimation for Rationing Models Using Business Survey Data* (Cambridge University Press, Cambridge).
- Ravn M. O. and H. Uhlig (2001): On Adjusting the Hodrick-Prescott Filter for the Frequency of Observations, *The Review of Economics and Statistics*, 84(2), 371–380.
- Sneessens H. R. (1985): Two Alternative Stochastic Specifications and Estimation Methods for Quantity Rationing Models, *European Economic Review* 29, 111-136.
- Sneessens H.R. (1990): Structural Problems in Macroeconomic Models, *Structural Change and Economic Dynamics* 1 (1), 27-40.
- Stalder P. (1991a): A Macro Disequilibrium Model for Switzerland, *Recherches Economiques de Louvain* (2), p. 125-158.
- Stalder P. (1991b): *Regime Transitions, Spillovers and Buffer Stocks - Analysing the Swiss Economy by Means of a Disequilibrium Model* (Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems, Springer-Verlag, Berlin).
- Stalder P. (2010): Free Migration between the EU and Switzerland: Impacts on the Swiss Economy and Implications for Monetary Policy, *Swiss Journal of Economics and Statistics* (4), 821-874).

- Stalder P. (2020a): Schätzung und Prognose des Potentialoutput auf Basis einer Produktionsfunktion – Theorie und Anwendung auf die Schweiz, Grundlagen für die Wirtschaftspolitik Nr. 9, Staatssekretariat für Wirtschaft SECO, Bern.
- Stalder P. (2020b): Methoden der Potentialschätzung: Produktionsfunktion oder Filterverfahren? Eine vergleichende Beurteilung in der Anwendung auf die Schweiz, Grundlagen für die Wirtschaftspolitik Nr. 11, Staatssekretariat für Wirtschaft SECO, Bern.
- Van den Bossche F. A. M. (2011): Fitting State Space Models with EViews, Journal of Statistical Software, Volume 41/8, 1-16.